

2020 军队文职数学 2+物理专业小试牛刀

1、若 $f(-x) = f(x) (-\infty < x < +\infty)$, 在 $(-\infty, 0)$ 内 $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有. ()。

A. $f'(x) > 0$, $f''(x) < 0$

B. $f'(x) > 0$, $f''(x) > 0$

C. $f'(x) < 0$, $f''(x) < 0$

D. $f'(x) < 0$, $f''(x) > 0$

2、 $\int \frac{\sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx =$ ()。

A. $\frac{1}{2} \arctan(\cos 2x) + C$

B. $-\frac{1}{2} \arctan(\cos 2x) + C$

C. $\arctan(-\cos 2x) + C$

D. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sin 2x - 1}{\sin 2x + 1} \right| + C$

3、设 $L: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, 则曲线 $\oint_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$ ()。

A. 与 L 的取向无关, 与 a, b 的值有关

B. 与 L 的取向无关, 与 a, b 的值无关

C. 与 L 的取向有关, 与 a, b 的值有关

D. 与 L 的取向有关, 与 a, b 的值无关

4、设 A 为 n 阶可逆矩阵, 则下列等式中, 不一定成立的是 ()。

A. $(A + A^{-1})^2 = A^2 + 2AA^{-1} + (A^{-1})^2$

B. $(A+A^T)^2 = A^2 + 2AA^T + (A^T)^2$

C. $(A+A^*)^2 = A^2 + 2AA^* + (A^*)^2$

D. $(A+E)^2 = A^2 + 2AE + E^2$

5、下列矩阵中 A 与 B 合同的是 ()。

A. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

B. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

C. $A = \begin{bmatrix} 1 & & 1 \\ & 1 & \\ 1 & & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 3 & \\ & & 0 \end{bmatrix}$

D. $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & & \\ & -2 & \\ & & -2 \end{bmatrix}$

6、一物体做匀变速直线运动，某时刻速度的大小为 4m/s,1s 后速度的大小变为 10m/s, 则在这 1 s 内该物体的()。

- A.速度变化的大小可能小于 4 m/s
- B.速度变化的大小可能大于 10 m/s
- C.加速度的大小可能小于 4 m/s²
- D.加速度的大小可能小于 10 m/s²

7、(多选) 在一次救灾活动中，一辆救灾汽车由静止开始做匀变速直线运动，刚运动了 8s, 由于前方突然有巨石滚下，堵在路中央，所以又紧急刹车，匀减速运动经 4s 停在巨石前.则关于汽车的运动情况，下列说法正确的是 ()。

- A.加速、减速中的加速度大小之比为 $a_1 : a_2$ 等于 2 : 1
- B.加速、减速中的平均速度大小之比为 $v_1 : v_2$ 等于 1 : 1
- C.加速、减速中的位移之比 $x_1 : x_2$ 等于 2 : 1
- D.加速、减速中的加速度大小之比 $a_1 : a_2$ 不等于 1 : 2
- E.加速、减速中的加速度大小之比 $a_1 : a_2$ 等于 1 : 5

8、活塞式压缩机压缩过程实际上是 () 过程。

- A.定温
- B.等熵
- C.多变
- D.定压

9、1kg 温度为 100℃的水在温度恒为 500 K 的加热器内在标准大气压力下定压加热，完全汽化为 100℃的水蒸气。已知需要加入热量 $q=2257.3 \text{ kJ/kg}$ 。求水在汽化过程中的比熵变

Δs_{1-2} ()。

- A.4.5144 kJ/(kg · K)
- B.5.1412 kJ/(kg · K)
- C.6.0490 kJ/(kg · K)
- D.7.3282 kJ/(kg · K)

10、一绝缘金属物体，在真空中充电达某一电势值，其电场总能量 W_0 若断开电源，使其上所带电荷保持不变，并把它浸没在相对介电常量为 ϵ 的无限大的各向同性均匀液态电介质中，则这时电场总能量为 ()。

- A. $W_0/4 \epsilon r$
- B. $W_0/2 \epsilon r$
- C. $W_0/ \epsilon r$
- D. $2 W_0/ \epsilon r$

11、一平行板电容器，极板是半径为 R 的两圆形金属板，极板间为空气，此电容器与交变电源相接，极板上电量随时间变化的关系为 $q=q_0 \sin \omega t$ (ω 为常量)，忽略边缘效应，则电容器极板间位移电流密度为 ()。

- A. $q_0 \omega \cos \omega t/ (\pi R^2)$
- B. $q_0 \omega \cos \omega t/ (2 \pi R^2)$
- C. $q_0 \omega \cos \omega t/ (4 \pi R^2)$
- D. $q_0 \omega \cos \omega t/ (8 \pi R^2)$

12、一充电后的平行板电容器保持两极板的正对面积、间距和电荷量不变,在两极板间插入一电介质,其电容 C 和两极板间的电势差 U 的变化情况是 ()。

- A.C 和 U 均增大
- B.C 增大,U 减小

C.C 减小,U 增大

D.C 和 U 均减小

13、有人站在火车轨道旁, 一列迎面驶来的火车正在鸣笛, 则他听到的鸣笛声频率 () 汽笛声原频率; 当火车高速离去时, 他听到的鸣笛声频率 () 汽笛声原频率, 所发生的现象叫 () 。

A.大于, 大于, 多普勒效应

B.大于, 小于, 多普勒效应

C.小于, 小于, 多普勒效应

D.小于, 大于, 多普勒效应

14、某测量员是这样利用回声测距离的, 他站在两平行峭壁间某一位置鸣枪, 经过 1.00s 第一次听到回声, 又经过 0.50s 再次听到回声, 已知声速为 $340m \cdot s^{-1}$, 则两峭壁间的距离为 () 。

A.425m

B.525m

C.625m

D.725m

15、设有一静止质量为 m_0 、电荷量为 q 的粒子, 其初速为零, 在均匀电场 E 中加速, 在时刻 t 时它所获得的速度为多少 () 。

A. $\frac{qEt}{\sqrt{m_0^2 c^2 + q^2 E^2 t^2}}$

B. $\frac{qEt}{m_0}$

C. $\frac{qEt}{m_0} \sqrt{1 - (\frac{u}{c})^2}$

D. c

16、在地面上测到有两个飞船 A、B 分别以 $+0.9c$ 和 $-0.9c$ 的速度沿相反方向飞行, 求飞船 A 相对于飞船 B 的速度有多大 () 。

A.0.82c

B.0.9c

C.0.994c

D.0.884c

17、一静止质量为 m_0 的粒子，裂变成两个粒子，速度分别为 $0.6c$ 和 $0.8c$ ，裂变过程中粒子静质量亏损为()。

A.0.284 m_0

B.0.226 m_0

C.0.242 m_0

D.0.212 m_0

18、18.当电子处于第一激发态 ($n=2$) 时，在阱宽为 a 的一维无限深方势阱出现概率最小的概率值为 () ?

A.0

B.1/2

C.1/4

D.1/8

19、世纪末被称为物理学面对的两朵乌云的是 () ?

A.以太漂移、紫外灾难

B.以太漂移、光电效应

C.以太漂移、红外灾难

D.粒子的波粒二象性、紫外灾难

20、用什么样的设备可觉察到黑暗中的物体呢 () ?

A.手电筒

B.望远镜

C.紫外探测仪

D.红外探测仪

2020 军队文职数学 2+物理专业小试牛刀 (解析)

1、【答案】C

【解析】由于 $f(-x) = f(x) (-\infty < x < +\infty)$, 故此偶函数的一阶导数是奇函数, 二阶导数是偶函数。

2、【答案】B

【解析】

$$\begin{aligned} \int \frac{\sin x \cos x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx &= \int \frac{\sin x \cos x}{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x} dx \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{\sin 2x}{1 - 2\sin^2 x \cos^2 x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{\sin 2x}{1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x} dx \\ &= -\frac{1}{2} \int \frac{d(\cos 2x)}{1 + \cos^2 2x} = -\frac{1}{2} \arctan(\cos 2x) + C \end{aligned}$$

3、【答案】D

【解析】因 $P = \frac{-y}{x^2 + y^2}$, $Q = \frac{x}{x^2 + y^2}$, 且 $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}$, 故在以 L 为边界

的区域 D 内, 有偏导数不存在的点 $(0,0)$, 可取 C 为包含原点但含于 L 内部并与 L 同向的曲线, 此刻在 L 于 C 所围区域 D_1 上应用格林公式,

$$\pm \iint_{D_1} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_{L+C} P dx + Q dy$$

当 $L+C$ 为 D_1 正向闭曲线时, 取 “+” 号, 否则取 “-” 号。

因 D_1 上, $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ 从而 $\iint_{D_1} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = 0$ 即

$$\oint_L \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2} = \oint_C \frac{-y dx + x dy}{x^2 + y^2}$$

此积分与 C 的方向即 L 的方向有关, 但与 a, b 无关。

4、【答案】B

【解析】由矩阵乘法的分配律可知:

$$(A+B)^2 = (A+B)A + (A+B)B = A^2 + BA + AB + B^2,$$

因此, $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 的充要条件是 $BA = AB$, 也即 A, B 的乘积可交换。

由于 A 与 A^{-1} , A 与 A^* 以及 A 与 E 都是可变换的, 故 (A), (C), (D) 中的等式都是成立的。故选 B。

5、【答案】C

【解析】实对称矩阵 A, B 合同的充要条件是 $x^T Ax, x^T Bx$ 有相同的正、负惯性指数; 由合同定义: $C^T AC = B$, (C 可逆) .故合同的必要条件是: $r(A) = r(B)$ 且行列式 $|A|$ 与 $|B|$ 同号。本题 A. $r(A) = 1 \neq r(B) = 2$ (且 $|A|, |B|$ 不同号) (A) 不合同。B. $|A|, |B|$ 不同号. (B) 不合同。易见 (C) 中矩阵 A 的特征值为 1, 2, -0, 而矩阵 B 的特征值为 1, 3, 0, 所以二次型 $x^T Ax$ 与 $x^T Bx$ 有相同的正、负惯性指数, 所以 A 和 B 合同。故应选 C。而 D 中, A 的特征值为 1, ± 2 , B 的特征值为 -1, -2, -2, 从而 $x^T Ax$ 与 $x^T Bx$ 正负、惯性指数不同而不合同。

6、【答案】B

【解析】若两速度方向相同, 物体做匀加速运动, $\Delta v = 6 \text{ m/s}$, 则 $a = 6 \text{ m/s}^2$; 若两速度方向相反, 取初速度的方向为正方向, 则 $v = -10 \text{ m/s}$, $\Delta v = v - v_0 = (-10 - 4) \text{ m/s} = -14 \text{ m/s}$, 所以 $a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{-14}{1} \text{ m/s}^2 = -14 \text{ m/s}^2$, 负号说明 a 的方向与初速度方向相反, 故选项 B 正确。

7、【答案】BC

【解析】加速过程中的初速度为零, 末速度为 v , 减速过程中的初速度为 v , 末速度为 0,

根据匀变速直线运动平均速度规律可得 $v_1 = \frac{0+v}{2} = \frac{v}{2}, v_2 = \frac{v+0}{2} = \frac{v}{2}$, 故加速、减速中的平均

速度大小之比 $\frac{v_1}{v_2}$ 等于 1:1, 因为 $a_1 = \frac{v}{t_1}, a_2 = \frac{v}{t_2}$, 故加速、减速中的加速度大小之比为

$a_1 : a_2 = 1:2$, B 正确 AD 错误; 因为 $x_1 = \frac{v}{2}t_1, x_2 = \frac{v}{2}t_2, \frac{x_1}{x_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{2}{1}$, C 正确。

8、【答案】C

【解析】简化后的压缩过程有两种极限情况, 一种是过程很快, 气缸的散热较差, 气体与外界的换热可以忽略不计, 整个过程可视为绝热过程; 二是过程很慢, 且气缸的散热良好, 压缩过程中气体的温度始终保持与初温相同, 整个过程可视为定温压缩过程。实际上的压缩

过程是介于这两者之间的多变过程。故本题选 C。

9、【答案】C

【解析】取容器中的工质为热力系，它是闭口系统。在定压的汽化过程中工质温度不变， $T = (100 + 273.15) \text{ K} = 373.15 \text{ K}$ 。已知热源温度 $T_r = 500 \text{ K}$ ，加热热量 $q = 2257.2 \text{ kJ/kg}$ 。显然 $T_r > T$ ，

有限温差传热是不可逆过程，工质比熵变 $\Delta s_{1-2} > \frac{q}{T_r}$ 。设想一个中间热源，热量 q 由热源先

传给中间热源，再由它传给系统。中间热源的温度与水温相同， $T' = T$ ，它们之间是可逆传热过程。而中间热源的温度与热源不同，它们之间是不可逆的传热过程。因而转化为热力系

内部可逆，外部不可逆问题。
$$\Delta s_{1-2} = \int \frac{\delta q}{T_r} = \frac{q}{T'} = \frac{q}{T} = \frac{2257.2 \text{ kJ/kg}}{373.15 \text{ K}} = 6.049 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$$

故本题选 C。

10、【答案】C

【解析】因为所带电荷保持不变，故电场中各点的电位移矢量 \vec{D} 保持不变，

又 $w = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2\epsilon_0 \epsilon_r} D^2 = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{2\epsilon_0} D_0^2 = \frac{w_0}{\epsilon_r}$ ，因为介质均匀，所以电场总能量：

$W = W_0 / \epsilon_r$ ，故选 C。

11、【答案】A

【解析】根据电流的连续性，电容器极板间位移电流等于传导电流求解位移电流。忽略边缘效应，极板间位移电流均匀分布求解位移电流密度。根据全电流安培环路定理求出磁场强度极板间的磁场强度。由极板间电场强度、磁场强度可求得电磁场能量密度。

第一步求电容器极板间位移电流
$$I_d = C \frac{dU}{dt} = CU_0 \omega \cos \omega t = q_0 \omega \cos \omega t$$

或由电流连续性得：
$$I_d = \frac{dq}{dt} = q_0 \omega \cos \omega t$$

第二步求位移电流密度
$$\delta_d = \frac{I_d}{S} = \frac{q_0 \omega \cos \omega t}{\pi R^2}$$
。故选 A。

12、【答案】B

【解析】解：由公式 $C = \frac{\epsilon S}{4\pi Kd}$ 可知，在两极板间插入一电介质，其电容 C 增大；由公

式 $C = \frac{Q}{U}$ 可知, 电荷量不变时 U 减小, B 正确, 故选 B 。

13、【答案】 B

【解析】当观察者与波源发生相对运动时, 观察者接收到波的频率发生变化的现象叫多普勒效应, 可得观察者与声源相向运动时, 接受到的声波频率增大, 反之减小。选 B 。

14、【答案】 A

【解析】假设两峭壁间的距离为 s , 测量员离某一峭壁距离为 s_1 , 离另一峭壁距离为 s_2 则 $s = s_1 + s_2$, 第一次听到回声 $t_1 = 1.00s$, 第二次听到回声 $t_2 = t_1 + \Delta t = 1.50s$, 由此可得

$$2s_1 = vt_1, 2s_2 = vt_2, s = \frac{vt_1 + vt_2}{2} = 425m。故本题选 A。$$

15、【答案】 A

【解析】

由相对论力学的基本方程 $F = qE = \frac{d}{dt} \left[\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right]$ 对 t 积分, 得 t 时刻的速度 $v = \frac{qEt}{\sqrt{m_0^2 c^2 + q^2 E^2 t^2}}$, 故本题选 A 。

16、【答案】 C

【解析】设 K 系被固定在飞船 B 上, 地面参考系为 K' 系, 依题意则有 K 相对于 K' 系的速度 $u = 0.9c$, A 相对于 K' 系的速度 $v_x' = 0.9c$, 那么 A 相对于 K 系的速度 v_x 即为 A 相

对于 B 的速度, 有洛伦兹速度变换公式得 $v_x = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u v_x'}{c^2}} = 0.994c$ 。故本题选 C 。

17、【答案】 A

【解析】孤立系统在裂变过程中释放出动能, 引起静能减少, 相应的静止质量减少, 即静质量亏损。设裂变产生两个粒子的静质量分别为 m_{10} 和 m_{20} , 其相应的速度

$v_1 = 0.6c$ $v_2 = 0.8c$, 由于孤立系统中所发生的任何过程都同时遵守动量守恒定律和能(质)量守恒定律, 所以有

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = \frac{m_{10}}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} \vec{v}_1 + \frac{m_{20}}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} \vec{v}_2 = 0$$

$$m_1 + m_2 = \frac{m_{10}}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} + \frac{m_{20}}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} = m_0$$

注意 m_1 和 m_2 必沿相反方向运动，动量守恒的矢量方程可以简化为一维标量方程，再以

$$v_1 = 0.6c \quad v_2 = 0.8c$$

c 代入，将上二方程化为：

$$\frac{6}{8} m_{10} = \frac{8}{6} m_{20} \quad \frac{m_{10}}{0.8} + \frac{m_{20}}{0.6} = m_0$$

上二式联立求解可得： $m_{10} = 0.459m_0$ ， $m_{20} = 0.257m_0$ ，故静质量亏损

$$\Delta m = m_0 - (m_{10} + m_{20}) = 0.284m_0$$

故本题选 A。

18、【答案】A

【解析】粒子在一维无限深方势阱中的波函数为

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}, (0 \leq x \leq a)$$

当电子处于第一激发态 ($n=2$) 时，波函数为

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi x}{a}, (0 \leq x \leq a)$$

概率密度为

$$|\psi(x)|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \left(\frac{2\pi x}{a} \right), (0 \leq x \leq a)$$

则出现概率最小的位置满足

$$\frac{d|\psi(x)|^2}{dx} = 0$$

则有

$$\frac{8\pi}{a^2} \sin \frac{2\pi x}{a} \cdot \cos \frac{2\pi x}{a} = 0, (0 \leq x \leq a)$$

解得 $x_1 = 0, x_2 = \frac{a}{4}, x_3 = \frac{a}{2}, x_4 = \frac{3a}{4}, x_5 = a$

又因为

$$\frac{d|\psi(x)|^2}{dx} \Big|_{x_2=\frac{a}{4}} < 0, \frac{d|\psi(x)|^2}{dx} \Big|_{x_4=\frac{3a}{4}} < 0, \frac{d|\psi(x)|^2}{dx} \Big|_{x_1=0} > 0, \frac{d|\psi(x)|^2}{dx} \Big|_{x_3=\frac{a}{2}} > 0, \frac{d|\psi(x)|^2}{dx} \Big|_{x_5=a} > 0$$

所以电子在 $x_1 = 0, x_3 = \frac{a}{2}, x_5 = a$ 处取得极小值, 值为 0。

19、【答案】A

【解析】19 世纪末开尔文勋爵支出, 经典物理学上空悬浮着两朵乌云, 第一团涉及电动力学中的以太。第二团涉及固体比热问题即经典物理学理论所计算之黑体辐射强度会随辐射频率上升, 而趋向于放出无穷大之能量。也被称之为紫外灾难。

20、【答案】D

【解析】把物体视为黑体, 根据辐射规律, 单色光辐射出最大的光的波长反比于温度, 若单色光辐射出最波长最大的光为可见光(波长 760~390 nm), 则可估算出物体的温度大约在 6000K 左右, 而黑暗中的物体一般不可能有这样的温度。而且, 黑暗中的物体一般以红外光的波长为单色光辐射出的最大波长, 这超出了人眼的感觉范围, 故人看不见。这就是黑暗中肉眼看不见物体的原因。用红外探测仪可以发现黑暗中的物体。