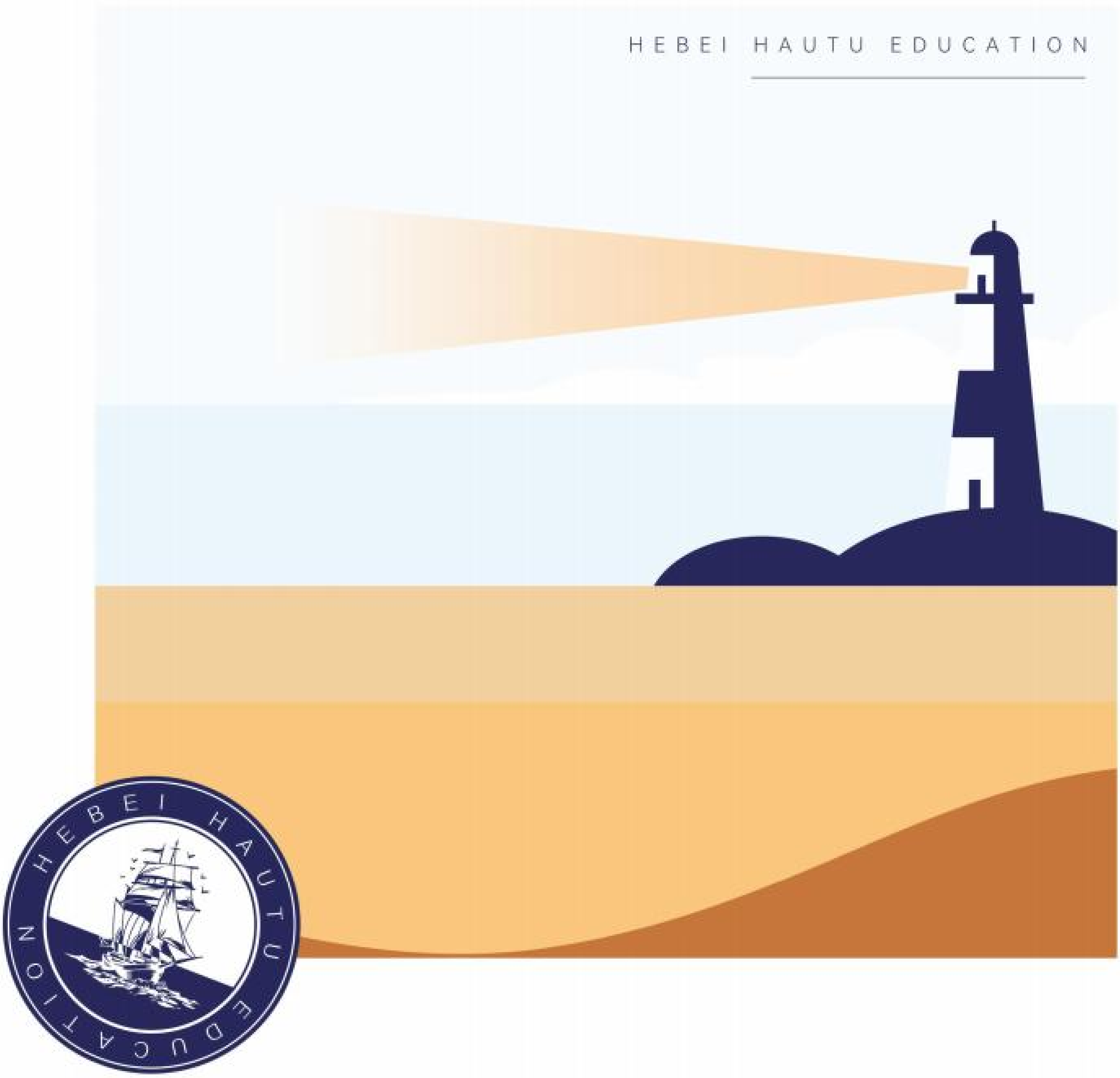
华图教育
HUATU.COM

好老师
好课程 好服务

2023 河北省直事业单位招聘

数量关系考点 20 个



数量关系一："代入排除法"之巧解题目

数量关系题目是职测模块中最难的，其解答需要耗费的时间较长，而代入排除法对于数量关系题目来讲，是可以快速求解某些题目的办法，只要我们掌握代入排除法可以应用的题目规律以及做题方法，那么解题速度会大大提升。

在近几年的考试题目中，代入排除法适用于多位数问题、年龄问题、余数问题、和差倍比问题、不定方程问题、选项信息充分的题目，下面通过几道例题，详细的讲解代入排除法的应用，提高做题速度。

【例 1】两件快递的重量之比是 3∶2，去除包装之后的重量之比是 9∶5。若包装重量都是 120 克，则两件快递的重量分别是：

A. 390 克、260 克　B. 480 克、320 克

C. 540 克、360 克　D. 630 克、420 克

适用前提剖析：

1、整个题干中给出选项的数据是两个。

2、代入排除法中，当选项数据是两个或者两个以上时，考虑选项信息充分，因此可以用代入排除法。

【解析】利用代入排除法，代入 A 选项，390∶260=3∶2，每个去除包装 120 克之后，则比例=270∶140≠9∶5,排除；代入 B 选项，480∶320=3∶2，每个去除包装 120 克之后，则比例=360∶200＝9∶5，因此，选择 B 选项。

【例 2】一群学生分小组在户外活动，如 3 人一组还多 2 人，5 人一组还多 3 人，7 人一组还多 4 人，则该群学生的最少人数是：

A. 23　B. 53

C. 88　D. 158

适用前提剖析：

1、整个题干出现了"还多"。

2、代入排除法中，出现了"还多"，"还剩"，"还余"这样的字眼，属于余数问题，因此可以用代入排除法。

【解析】根据题目问法，问的是最少人数，则从最小的选项开始代入，代入 A 选项，则 23÷3=7 余 2，23÷5=4 余 3，23÷7=3 余 2，不符合 7 人一组还多 4 人，排除 A 选项；代入 B 选项，则 53÷3=17 余 2，53÷5=10 余 3，53÷7=7 余 4，

符合题目要求，因此，选择 B 选项。

【例 3】某工厂有甲、乙、丙 3 条生产线，每小时均生产整数件产品。其中甲生产线的效率是乙生产线的 3 倍，且每小时比丙生产线多生产 9 件产品。已知 3 条生产线每小时生产的产品之和不到 100 件且为质数，则乙生产线每小时最多可能生产多少件产品？

A. 14　B. 12

C. 11　D. 8

适用前提剖析：

1、整个题干中无法列出具体方程。

2、代入排除法中，无法通过列方程得出题目的具体解，属于不定方程，因此可以考虑代入排除法。

【解析】题目中设乙生产线每小时可以生产 x 件产品，则甲生产的是 3x，丙为 3x-9，则 3 条生产线每小时生产的产品之和为 7x-9，无法解 x 的解，则代入排除来做，因为题目问的是乙生产线每小时最多可能生产多少件产品，则先代入选项最大的数字，也就是 A 选项，则 7x-9=89，89 符合 3 条生产线每小时生产的产品之和不到 100 件且为质数。

总结：在题目中，如果在题目中出现了两个或者两个以上的数据时、出现了还多，还剩，还余等字眼时、出现了解不出来 x 的固定解时，可以考虑代入排除法，来简化题目计算，提高做题速度。

数量关系二：秒杀法之比例倍数特性

职业能力测试考试的数量关系部分，往往是被大家忽略或者不被重视的一个模块，但是有一些题如果能熟练掌握基本方法和技巧的话，在数量关系中是很简单而且是可以秒杀的。今天给大家介绍的就是数字特性里面的比例倍数特性，这个方法在考试中是常考知识点，所以需要大家熟练掌握。

比例倍数特性基本结论：

（1）如果 a∶b=m∶n(m、n 互质)，则 a 是 m 的倍数，b 是 n 的倍数。(m、n 互质，即 m、n 写成分数的形式不能再约分了或者说约分到最简，注意在使用倍数特性时必须满足这个条件。)

例：甲乙两班人数之比为 8∶5，求乙班的人数？

题目中给了一个比例，甲∶乙＝8∶5，8∶5 不能再约分，也就是互质了，所以可得甲班人数是 8 的倍数，乙班人数为 5 的倍数，如果四个选项只有一个是 5 的倍数，那就直接可以根据这个结论秒杀。

（2）如果 a∶b=m∶n(m，n 互质)，则 a±b 应该是 m±n 的倍数。

例：甲乙两班人数之比为 8∶5，8∶5 互质，那就可以应用第二个结论了，即甲乙两班人数之和为 13 的倍数，甲乙两班人数之差为 3 的倍数。

倍数特性的题型特征：题目中出现了比较多的分数、百分数、比例、倍数时，优先考虑倍数特性。

我们知道了基本的结论，接下来我们看几道例题：

【例 1】一袋糖里装有奶糖和水果糖，其中奶糖的颗数占总颗数的 3/5。现在又装进 10 颗水果糖，这时奶糖的颗数占总颗数的 4/7。那么，这袋糖里有多少颗奶糖？

A. 100 B. 112

C. 120 D. 122

适用前提剖析：

题目中给了 2 个比例关系，其他实际量比较少，优先考虑倍数特性。

【解析】题干给了 2 个比例，均是奶糖数与总数的比例关系，注意中途装的是水果糖，故奶糖的数量没有改变。已知装之前奶糖数与总数的比例为 3∶5，3∶5 互质，所以奶糖的颗数是 3 的倍数，结合选项，只有 120 是 3 的倍数，故答案为 C 选项，另外，本题通过第一个比例关系即可得到正确选项，实际考试中得到正确选项即可，不用再验证第二个比例关系。

【例 2】两个派出所某月内共受理案件 160 起，其中甲派出所受理的案件中有 17%是刑事案件，乙派出所受理的案件中有 20%是刑事案件，问乙派出所在这个月中共受理多少起非刑事案件？

A. 48 B. 60

C. 72 D. 96

适用前提剖析：

题目中给了 2 个百分数，相当于给了 2 个比例关系，其他实际量比较少，优先考虑倍数特性。

【解析】甲派出所受理的案件中有17%是刑事案件，对甲派出所而言，刑事案件数与案件总数之比为17∶100，17∶100互质，故甲派出所受理案件总数是100的倍数，即100、200、300……，两个派出所受理案件总数为160，故甲派出所受理案件总数只能是100，由此得到乙派出所受理案件总数为60，其中20%是刑事案件，80%为非刑事案件，故乙派出所非刑事案件数为60×80％＝48件，故答案为A选项。

【例3】甲乙两个班各有30多名学生，甲班男女生比为5∶6，乙班男女生比为5∶4，问甲、乙两班男生总数比女生总数？

A. 多 1 人　　B. 少 1 人

C. 多 2 人　　D. 少 2 人

适用前提剖析：

题目中给了2个比例关系，其他实际量比较少，优先考虑倍数特性。

【解析】

题目中给出了两个比例，两个比例均互质，所以优先考虑倍数特性，由甲班的男女生人数之比为5∶6，可得甲班总人数为11的倍数，乙班男女生人数之比为5∶4，可得乙班总人数为9的倍数，两个班各有30多人，所以可得甲班为33人，甲班男生为15人，甲班女生为18人；乙班人数为36人，乙班男生为20人，乙班女生为16人，所以两个班男生总人数为35人，女生总人数为34人，故男生总人数比女生总人数多1人，答案选A选项。

总结：当题目出现比例时，我们先考虑用比例倍数特性求解。当然题目不一定全是以比例形式展现比例关系，有时题目是以分数、百分数、倍数的形式展现，我们先将其转化为比例形式，并且注意使用倍数特性时一定要满足互质这个条件。总之，在数量考试中，看到比例，即要联想到比例倍数特性，我们往往可以跳过纷繁复杂的条件，直击题目的要害。

数量关系三：“万能钥匙”——方程法

说到方程法，实际大家都不陌生。小学应用题开始我们就接触了方程法，而且方程法在数量关系中也是一个重点解题方法，那么数量关系考查的方程法主要是什么类型呢。我们通过几道例题来具体了解一下。

【例1】给贫困学校送一批图书，如果每个学校送80本书，则多出了340

本，如果每个学校送 90 本书，则少 60 本。问这批书一共有多少本？(　　)

A.3680　B.3760

C.3460　D.3540

通过分析题目我们不难发现，这就是一道典型的考查方程法的题目，但是如果直接设这批书有 x 本的话，那么为了表示出等量关系我们需要用到除法，还是含有未知数的除法。因此虽然都是列方程，不同的学生列出来的等式不一样，解题过程也就不一样。换句话说解题时间也就不一样，我们都知道在考试的过程中，时间也是很重要的，因此这道题目的重点是如何设未知数，也是我们在小学应用题的基础上需要重点掌握设未知数的方法，具体解析如下：

【解析】根据题目可知，学校数量是固定不变的，因此我们可以设一共有 x 个学校，则 80x+340=90x-60，解得 x=40。则这批书一共有 80×40+340=3540 本，选择 D。重点：本题在设未知数的时候要学会缺什么设什么。

【例 2】公司销售部门共有甲、乙、丙、丁四个销售小组，本年度甲组销售金额是该部门销售金额总数的 1/3，乙组销售金额是另外三个小组总额的 1/4，丙组销售金额比丁组销售金额多 200 万元，比甲组少 200 万元。问销售部门销售总金额是多少万元？

A. 1800　B. 2400

C. 3000　D. 3600

通过分析我们也可以发现这道题目也可以通过方程法来解决。但是如果直接设销售总金额为 x，那么在表示等量关系时会出现含有未知数的分数形式，因此这道题目在设未知数的时候我们可以赋系数设未知数。

【解析】根据题目：本年度甲组销售金额是该部门销售金额总数的 1/3，乙组销售金额是另外三个小组总额的 1/4，可知乙组销售金额是该部门销售金额总数的 1/5，所以可以设该部门总金额为 15x，则甲 5x，乙 3x，丙 5x-200，丁 15x-5x-3x-（5x-200）=2x+200；又因丙组销售金额比丁组销售金额多 200 万元，即丁 5x-400，所以等量关系为 2x+200=5x-400，得 x=200，15x=15×200=3000 万元，选择 C 选项。

【例 3】某家企业行政部和市场部共有 80 人，后来进行人员调整，将行政部增加了 6 人，市场部减少了 18 人，这时两个部门的人数刚好相等。问行政部

原来有多少人？(　　)

A.16　B.18

C.24　D.28

这是一道很典型也很简单的方程法，我们先进行下题目分析，行政部和市场部共有 80 人，问行政部原来有多少人？我们可以直接问什么设什么。

【解析】设行政部门原来有 x 人，则市场部原来有 80-x 人，根据题目则 x+6=（80-x）-18，解得 x=28，选择 D 选项。

综上观察这三道真题，我们发现方程法是必考的一种解题方法，方程法虽然简单，但是我们一定要正确掌握设未知数的方式：问什么设什么，缺什么设什么，设中间变量，赋系数设未知数。可以帮助我们节省大量的做题时间，提高解题速度。

数量关系四：不定方程组的求解技巧

在解职测数量题的时候，我们经常会遇到不定方程组，这个知识点难度不大，但是想要快速正确的求解出结果，还是需要一些技巧和方法的，在这里同学们只要掌握了技巧和方法，经过大量练题一定可以快速提升。

首先我们来了解一下什么叫做不定方程组。所谓不定方程组，即未知数的个数多于独立方程的个数。在考试中，常考的形式就是三个未知数，两个方程，我们无法通过解方程的方法把三个未知数的值分别求解出来，但是可以找到等量关系列出方程组，结合题干中的限制条件运用技巧和方法求解出来。那这些技巧和方法都有哪些，接下来我们就结合几道题来详细解释不定方程组的求解吧。

【例 1】某单位为业务技能大赛获奖职工发放奖金，一、二、三等奖每人奖金分别为 800、700 和 500 元。11 名获一、二、三等奖的职工共获奖金 6700 元，问有多少人获得三等奖？（　　）

A、3　B、4

C、5　D、6

不定方程组中求部分，用消元法。

适用前提剖析：

1、题干中有三个未知量。

2、所求量是三个未知量中任意两个之间的关系（又叫做求部分）。

【解析】设获得一、二、三等奖的人数依次为 x、y、z，根据 11 人共获奖金 6700 元,可得 x+y+z=11，800x + 700 y + 500z= 6700。联立消去 x,得 y+3z=21，代入 A 选项， z=3 时，则 y=12,不满足总人数 11，排除;同理排除 B、C。因此，选择 D 选项。

【例 2】甲买了 3 支签字笔、7 支圆珠笔和 1 支铅笔，共花了 32 元，乙买了 4 支同样的签字笔、10 支圆珠笔和 1 支铅笔，共花了 43 元。如果同样的签字笔、圆珠笔、铅笔各买一支，共用多少钱？（ ）

A、21 元 B、11 元

C、10 元 D、17 元

不定方程组中求整体，用赋零法。

适用前提剖析：

1、题干中有三个未知量。

2、所求量是三个未知量的和（又叫做求整体）。

3、且所求三个未知量前面的系数相同。

【解析】设签字笔、圆珠笔、铅笔的单价分别为 x、y、z 元,根据共花 32 元、共花 43 元，可得 3x+7y+z=32①; 4x+10y+z=43②,由于 y 的系数最大,可赋 y=0，代入 3x+7y+z=32①和 4x+10y+z=43②，解得 x=11, z=-1,故三种笔各买一支共用 11+0+ (-1)=10 (元)。因此，选择 C 选项。

【例 3】甲、乙、丙三种货物，如果购买甲 3 件、乙 7 件、丙 1 件需花 3.15 元，如果购买甲 4 件、乙 10 件、丙 1 件需花 4.20 元，那么购买甲、乙、丙各 1 件需花多少钱？（ ）

A、1.05 元 B、1.40 元

C、1.85 元 D、2.10 元

不定方程组中求整体，用配系数。

适用前提剖析：

1、题干中有三个未知量。

2、所求量是三个未知量的和（又叫做求整体）。

【解析】设甲、乙、丙三种货物的单价分别为 x、y、z 元。根据"需花 3.15 元"、"需花 4.20 元"，可得 3x +7y +z =3.15①，4x +10y +z =4.20②，①x3-

②x2，可得 x+y+z=1.05（元），即购买甲、乙、丙各 1 件需花 1.05 元。因此，选择 A 选项。

总结：在考试当中，不定方程组的考点主要有两个：一个是求部分，用消元法（即消掉一个不需要的未知量）；第二个是求整体，有两种方法，配系数和赋零法（使用条件，在不定方程组中，求整体且整体前面的系数相同时可以使用）。

数量关系五："假设法"有效解决问题

"假设法"是数学中思考问题的一种方法，在我们做数量关系题目的时候，如果能够合理地进行"假设"，往往能使问题很快得到解决。

所谓"假设法"，就是通过假设，再依照已知条件进行推算，根据数量上出现的矛盾，进行比较，做出适当的调整，从而找到正确答案的一种方法。比如：已知笼子中鸡、兔共有 20 个头，48 只脚，求鸡和兔各有多少只。我们可以**假设**笼子中全是鸡，那么 20 头鸡一共有 40 个脚，题干中说有 48 只脚，说明笼子中肯定有兔子。有几只兔子呢？我们可以从笼子当中拉出去一只鸡，拉进来一只兔子，这样一拉一回，多了两只脚。对比题干，我们要多出来 8 只脚，所以一拉一回要操作（48－40）÷2 = 4 回，即笼子中有 4 只兔子，16 只鸡。

相比较方程法而言，这种"假设法"的思维能够帮助我们很快地进行做题，大大提高我们的做题速度，节省做题时间。下面，我们就运用"假设法"思维，来解几道公考真题，以供大家学习运用。

【例 1】为节约用水，某市决定用水收费实行超额超收，月标准用水量以内每吨 2.5 元，超过标准的部分加倍收费。某用户某月用水 15 吨，交水费 62.5 元。若该用户下个月用水 12 吨，则应交水费多少钱（　　）。

A.42.5 B.47.5

C.50　D.55

【解析】我们**假设** 15 吨用水没有超过分段节点，则应该缴纳费用 15×2.5=37.5，远远小于 62.5 元，因此，15 吨用水量已经超过了月标准用水量；同理，我们也对 12 吨用水量进行同样的假设，容易得到 12×2.5=30，小于四个选项中的数据，因此，我们也得到 12 吨用水量也超过了月标准用水量。最后，12 吨比 15 吨少用了 3 吨，那么相比较 62.5 元而言，少 3×5=15 元，最终的答案为：62.5－15 = 47.5 元。答案选 B。

【例 2】 某餐厅设有可坐 12 人和可坐 10 人两种规格的餐桌共 28 张，最多可容纳 332 人同时就餐，问该餐厅有几张 10 人桌（　　）。

A.2　B.4

C.6　D.8

【解析】我们**假设**该餐厅只有 28 张 10 人桌，所以可容纳 280 人就餐，相比较题干中的 332 人就餐少了 52 人，说明肯定有 12 人桌，每差两个人就多出一个 12 人桌，52÷2 ＝ 26，故有 26 个 12 人桌，一共有 28 张桌子，所以有 2 个 10 人桌。答案选 A。

【例 3】 小明负责将某农场的鸡蛋运送到小卖部。按照规定，每送到 1 枚完整无损的鸡蛋，可得运费 0.1 元；若鸡蛋有损，不仅得不到该鸡蛋的运费，每破损一枚鸡蛋还要赔偿 0.4 元。小明 10 月份共运送鸡蛋 25000 枚，获得运费 2480 元。那么，在运送的过程中，鸡蛋破损了：

A.20 枚　B.30 枚

C.40 枚　D.50 枚

【解析】我们**假设**全部安全运到了，所得运费将比实际运费高，为什么实际得到运费会少？因为破损一个鸡蛋不仅得不到 0.1 元，反而赔 0.4 元，相差 0.5 元。因此，实际少得的钱为：0.1×25000 －2480 ＝ 20 元，故搬运中破损的鸡蛋数量为：20÷（0.1+0.4）＝ 40。答案选 A。

鉴于篇幅有限，我们只选取了这三道真题以供大家学习“假设法”，值得大家注意的是，用“假设法”解答类似“鸡兔同笼”的问题时，一是根据题意正确地判断怎样“假设”；二是按照题目所给的数量关系进行推算，所得结果与题干中对应的数量不符时，要能够正确的运用别的量加以调整，从而找到正确的答案。

数量关系六：赋值法

赋值法是数量关系中较为重要的方法，巧妙地使用赋值法可以快速提升做题效率。顾名思义，赋值法是指给某些未知量赋予恰当的数值，从而将复杂问题简单化，抽象问题具体化的一种方式。当试题中出现某个量，且这个量的具体大小并不影响最终结果时，我们可以采用赋值法。赋值法在工程问题、经济利润问题、行程问题、溶液问题等题型中的应用较为广泛，下面通过一些题目来详细介绍。

【例】（2017 广东）现有一批零件，甲师傅单独加工需要 4 小时，乙师傅单

独加工需要 6 小时。两人一起加工这批零件的 50%需要（　　）小时。

A. 0.6　　B. 1

C. 1.2　　D. 1.5

【答案】C

典型的工程问题，我们采用赋值法来解决。

【解析】第一步，本题考查工程问题，属于时间类。

第二步，赋值工作总量为 12（4 和 6 的公倍数），则甲的效率为 12÷4＝3 ，乙的效率为 12÷6＝2。

第三步，一起加工这批零件的 50%，需要 12×50%÷（3+2）＝1.2（小时）。

因此，选择 C 选项。

使用赋值法时，大家最大的困惑和疑问是什么时候或者说什么样的量可以赋值，大体上讲，有 2 个条件：第一，这个量在题目中没有具体提及它的大小；第二，这个量也不能通过其他有具体数字大小的量计算得到。当然这两个条件比较抽象，举个例子，比如上题中，想赋值工作总量为 12，前提条件是，题干中并未直接给出工作总量，且也无法通过给出的时间求得工作总量，此时可以赋值总量为某一个具体值。

在数量关系模块，当题干中出现分数、百分数、比例、倍数时，可以考虑采用赋值法，具体表现为：

1. 量与量之间之间具有明显比例关系时，用比例赋值法，即直接赋值比例。

【例】（2017 江西）将一批葡萄平均分装在 36 个箱子中，发现箱子没有装满，如果每箱多装$\frac{1}{8}$，则只需要使用箱子：

A. 31 个　　B. 32 个

C. 33 个　　D. 34 个

【答案】B

由题干可知，现在每箱装的量与原来所装的量之比为 9∶8，可采用赋值法。

【解析】第一步，本题考查基础应用题，用赋值法解题。

第二步，赋值原来没有装满时每个箱子装葡萄的量为 8，则多装$\frac{1}{8}$之后每个箱子装葡萄的量为 9，则只需要使用箱子＝36×8÷9＝32（个）。

因此，选择 B 选项。

【例】（2019 联考上）某楼盘的地下停车位，第一次开盘时平均价格为 15 万元/个；第二次开盘时，车位的销售量增加了一倍、销售额增加了 60%。那么，第二次开盘的车位平均价格为：

A. 10 万元/个　　B. 11 万元/个

C. 12 万元/个　　D. 13 万元/个

【答案】C

由题干可知，现在销量与原来的销量之比为 2∶1，可采用赋值法。

【解析】第一步，本题考查基础公式经济利润问题，用赋值法解题。

第二步， 销售额=平均价格×销售量，已知第一次开盘平均价格为 15 万元/个，赋销售量为 1，则销售额为 15 万。第二次开盘时，销售量增加了一倍，即为 2，销售额增加了 60%，得销售额为 15×（1+60%）=24（万元），故第二次开盘平均价格为 24÷2=12（万元/个）。

因此，选择 C 选项。

2. 当三个量之间的关系满足“A=B×C 时”，且 A 的量保持不变时，一般用公倍数赋值法给 A 赋值，即赋值多个量的公倍数。

【例】（2017 天津）一份溶液，加入一定量的水后，浓度降到 3%，再加入同样多的水后，浓度降为 2%，该溶液未加水时浓度是：

A. 6%　　B. 4%

C. 5%　　D. 4. 5%

【答案】A

本题中溶质的量保持不变，故将溶质的量赋为 2 和 3 的公倍数。

【解析】第一步，本题考查溶液问题，属于基础溶液，用赋值法解题。

第二步，加水过程中，溶质不变。赋值溶质量为 6（2、3 的最小公倍数），则第一次加入水后溶液量为 6÷3%＝200，第二次加入水后溶液量为 6÷2%＝300。可知加入的水质量为 100。那么初始浓度为 6÷100＝6%。

因此，选择 A 选项。

【例】（2017 江西）某超市购进三种不同的糖，每种糖所用的费用相等，已知这三种糖每千克的费用分别为 11 元、12 元、13. 2 元。如果把这三种糖混在一

起成为什锦糖，那么这种什锦糖每千克的成本是：

A. 12.6 元　　B. 11.8 元

C. 12 元　　D. 11.6 元

【答案】C

本题中每种糖所用的费用相等，故将所用的费用赋为 11、12 和 13.2 的公倍数。

【解析】第一步，本题考查经济利润问题，属于基础公式类，用赋值法解题。

第二步，根据每种糖的费用相等，赋值每种糖的费用为 132 元（11、12、13.2 的公倍数），则三种糖的重量分别为 132÷11＝12（千克）、132÷12＝11（千克）、132÷13.2＝10（千克）。

第三步，什锦糖每千克的成本为 132×3÷（12＋11＋10）＝12（元）。

因此，选择 C 选项。

通过上面几个例题，我们不难发现，如果遇到 A=B×C 的量化关系，且 A 为不变量，则对 A 赋值，一般赋值公倍数，如果对 B 或者 C 赋值，则按比例赋值。

赋值法的奇妙之处在于，它可以将复杂的问题简单化。当然，并不是所有的题目都可以用赋值法进行求解，需要大家把握运用赋值法的使用前提，这样才能在考试中运用自如。

数量关系七：巧解工程问题的两种方法

工程问题是每年都会涉及到的题型，而且工程问题相对于其他题型容易一些，所以考生可以把工程问题作为学习数学运算的突破口，由简入难再去深入学习比例类模块的经济利润、行程等问题。

工程问题经常涉及到的考点包括：一、给定时间型的工程问题；二、给定效率型的工程问题；三、条件综合型的题目。工程问题常用的两种解题方法是赋值法、比例法。给定时间型工程问题一般赋工程总量是时间的公倍数，这样所得的效率都是又小又整的数，计算简便；如果是给定效率型的工程问题直接对效率进行赋值。有些题目可以直接利用核心公式：工作总量＝工作效率×时间，工作总量相同，效率和时间呈反比；时间/效率相同，工程总量和效率/时间呈正比。例如：

【例 1】一项工程，甲一人做完需 30 天，甲、乙合作完成需 18 天，乙、丙合作完成需 15 天，甲、乙、丙三人共同完成该工程需：（　　）

A.10 天　　B.12 天

C.8 天　　D.9 天

【答案】A

【解析】本题考查给定时间型工程问题。赋工程总量为时间的倍数，因为最后要求解的时甲+乙+丙的所需时间，所以只需赋工程总量为30，即可得甲的效率为1，乙+丙的效率为2，那么甲+乙+丙的效率为3，则三人一起做所需时间为30÷3=10（天）。

赋值的目的是为了把抽象的问题具体化，把复杂的问题简单化。本题在赋值时如果把甲、乙合作的时间一起考虑进来赋工程总量为90，那么计算起来会更麻烦。

【例2】（2017年国考）工厂有5条效率不同的生产线。某个生产项目如果任选3条生产线一起加工，最快需要6天整，最慢需要12天整；5条生产线一起加工，则需要5天整。问如果所有生产线的产能都扩大一倍，任选2条生产线一起加工最多需要多少天完成？

A.11　　B.13

C.15　　D.30

【答案】C

【解析】本题考查给定时间型的工程问题。假设五条生产线的效率分别为a、b、c、d、e，且$a>b>c>d>e$。赋工程总量为30，则$a+b+c=\frac{30}{6}=5$，$a+b+c+d+e=\frac{30}{5}=6$，可知$d+e=1$。如果产能提高一倍，则$(d+e)'=2$，所需时间为$\frac{30}{2}=15$（天）。因此，选择C选项。

本题也可结合选项，根据比例推测正确答案。如果工程总量保持不变，时间和效率呈反比，效率提升一倍，则时间减半。C、D两个选项存在明显的2倍关系，推测正确答案为C选项。

还有一类常考的工程问题为给定效率型。题干有时会直接给出效率之间的比值关系直接对比值进行赋值；有时会给出一个工程队，或一批相同的机器一起工作，那么我们赋每个人或每台机器的效率为1，例如：

【例3】（2015年国家） 某农场有36台收割机，要收割完所有的麦子需要

14 天时间。现收割了 7 天后增加 4 台收割机，并通过技术改造使每台机器的效率提升 5%。问收割完所有的麦子还需要几天？

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

【答案】D

【解析】本题考查给的效率型工程问题。赋原来每台机器效率为 1，原来每天的效率和为 36，改造后每天效率为 1.05，前 7 天以 36 的效率工作刚好完成工程总量的一半。根据比例关系，后面一半的工程效率为 1.05×40=42。工程总量相同，时间和效率呈反比，效率为 36∶42=6∶7，那么所学时间为 7∶6，所以收割完所有的麦子还需要 6 天。因此，选择 D 选项。

本题求解时即用到了赋值还用到了比例，所以说解决工程问题，赋值法和比例法是最常用最有效的解题方法。下面我们就用这两种方法来解决一道较难的工程问题：

【例 4】（2019 年联考）甲、乙两个工程队共同参与一项建设工程。原计划由甲队单独施工 30 天完成该项工程三分之一后，乙队加入，两队同时再施工 15 天完成该项工程。由于甲队临时有别的业务，其参加施工的时间不能超过 36 天，那么为全部完成该项工程，乙队至少要施工多少天？

A. 30　　B. 24

C. 20　　D. 18

【答案】D

【解析】本题为条件综合型工程问题。利用比例甲施工 30 天可以完成该项工程三分之一，那么甲做该工程需 90 天；两队同时再施工 15 天完成该项工程的三分之二，在这 15 天里甲做了六分之一，那么还剩下 $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ ，是乙 15 天完成的，所以乙单独做此项工程需要 30 天。赋工程总量为 90，甲乙的效率分别为 1、3。甲最多参与施工 36 天完成工程总量为 36，还剩下的工程量乙做完至少需要 $\frac{90-36}{3}=18$（天）。因此，选择 D 选项。

相信通过本文的讲解考生会更加了解工程问题考查的题型和解题方法，希望考生多加练习，夯实基础。从工程问题入手，继而找到打开比例类题型的钥匙。

数量关系八：经济利润问题怎么破？

今天在这里和大家探讨一下数量关系中经济利润问题的类型和做题方法，希望可以对大家提供帮助，顺利考上理想的岗位。

经济利润的题目是考试中常见的类型，它和行程问题是考试中最为重要，出现频次最高的题目，但是它的难度却远小于行程问题，在竞争越来越大的今天，更应该努力学好，拿到分数。

经济利润问题，在我们考试过程中主要是考查两种类型，第一种是常见经济利润中基本公式的考查。在这个过程中会牵涉到很多的量，比如利润、成本、售价等，需要大家熟记各个量之间的关系，也就是公式一定要熟练掌握；第二种是分段计费类的题目，分段计费题目难度不大，但是有时容易出现陷阱，特别是一定要注意分段节点的位置，避免由于忽视前后差别导致计算错误。

我们首先来介绍第一类经济利润题目，我们先来看一道题目：

【例 1】某早餐店试营业主打套餐每份成本 8 元，售价 26 元。当天卖不完的主打套餐不再出售，在过去两天时间里，餐厅每天都会准备 200 份主打套餐，第一天剩余 20 份主打套餐，第二天全部卖光。问这两天该早餐店主打套餐共盈余多少元？

A. 6680　B. 6840

C. 7000　D. 7160

我们可以发现这个题目是计算最终的利润，我们知道利润=售价-成本，在这道题目中，告诉我们套餐每份成本 8 元，售价 26 元，这就可以知道每份利润是 18 元。但我们是计算总利润，那还要乘以数量才可以。题目中说到：每天都会准备 200 份主打套餐，第一天剩余 20 份主打套餐，第二天全部卖光，这就说明总共卖了 380 份，剩余 20 份。那么总利润就该是 18×380-8×20=6680，所以选择 A 选项。

下面再来看一下第二类题目，分段计费类题目：

【例 2】某商品的单位利润和进货量的大小相关，进货总额低于 5 万元时利润率为 5%，低于或等于 10 万元时，高于 5 万元的部分利润率在 10%，高于 10 万元的部分利润率在 15%。问当进货量在 20 万元时，一共有多少万元的利润？

A. 1.75 B. 2.25

C. 3.15 D. 4.05

这就是一道标准的分段计费的题目，相对来说也算是比较简单的一道题目。我们说对于分段计费的题目先找分段节点，然后分区间讨论。在这一题中明显可以分成三段，5 万，5 万-10 万，10 万以上。然后就是分区间计算的过程：5×5%=0.25，5×10%=0.5，10×15%=1.5。所以总利润就是 0.25+0.5+1.5=2.25 万元，因此，选择 B 选项。

【例 3】贾某在某停车场停车，每个月前几个小时内收费的基础价格为 5 元/小时，之后按照基础价格的 90%收费。某月贾某的停车时间为 120 小时，共交了 545 元，则按照基础价格收费的时间为多少小时？(　　)

A.8　B.10

C.15　D.20

这一题同样也是分段计费，但和上个题目不同的地方是没有给出分段节点是多少，这个时候我们可以把节点位置设成未知数 x，然后可以得到式子 5x+90%×5（120-x）=545，解出来 x=10，因此，选择 B 选项。

通过这三道题目我们发现，经济利润的题目整体难度不大，主要也就是我们上面提到的这两种类型，希望大家能够掌握这一类题目的做题方法，在考场上顺利拿到分数。

数量关系九：你必须要掌握的行程问题

行程问题是考试中的常考题型，平均每年 1~2 题，难易程度不定，但大部分时候都是套用公式解题，因此小伙伴们只要把公式掌握好，做题就能达到事半功倍的效果。一般来说考试过程中，行程问题包含三类题型：基本行程问题、相遇追及类、流水行船类。

1.基本行程问题

基本行程问题主要考查基本公式，常见的公式有 S＝vt，$\bar{v}=\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$等，小伙伴们一定要牢牢掌握。

【例 1】孙某坐公交车从家到学校，再从学校步行回家一共用了一个半小时，已知步行速度比骑车速度慢 75%，骑车速度比公车慢 50%，那么孙某骑车从家到学校需要：

A.10 分钟　B.20 分钟

C.30 分钟　D.40 分钟

适用前提剖析：

1、题干涉及到往返行程，一般会考查等距离平均速度问题。

2、题目没有任何具体值，可赋值跟题干条件相关的变量。

【解析】根据题意，赋孙某步行速度每分钟为 1，则骑车速度为 4，坐公交车速度为 8，孙某从家去学校与从学校回家距离相等，可算出他往返学校与家之间的平均速度，$\bar{v}=\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$＝2×8×1÷（1＋8）＝16/9，则从学校到家的距离为 16/9×90÷2＝80，故孙某骑车需要的时间为 80÷4＝20（分钟）。因此，选择 B 选项。

【拓展】解法二：可知孙某步行、骑车、坐公交车的速度之比为 1∶4∶8，则行驶相同距离孙某步行、骑车、坐公交的时间之比为 8∶2∶1，设孙某坐车从家到学校用时 t 分钟，则从学校步行回家时间为 8t，可列式 t＋8t＝90，解得 t＝10（分钟），故孙某骑车从家到学校需要 2t＝20（分钟）。

2.相遇追及类

相遇追及类包含内容较多，单次相遇追及、多次相遇、环形相遇追及等，解题方法也是借助公式，下面来看一个简单的例子。

【例 2】甲、乙两人从环形跑道的 A 点同时出发背向而行，6 分钟后两人第一次相遇，相遇后两人的速度各增加 10 米每分钟，5 分钟后两人第二次相遇，问环形跑道的长度为多少米？（　　）

A.600　B.500

C.400　D.300

适用前提剖析：

1、整个题干中给出具体数据，包含相遇时间、速度相关条件。

2、行程问题给定时间、速度相关条件，求路程，可用方程法解题。

【解析】设甲、乙两人速度分别为 a、b，环形跑道长度为 s，根据题意可列式：s＝（a＋b）×6①；s＝（a＋10＋b＋10）×5②，联立①②解得 s＝600（米）。因此，选择 A 选项。

3.流水行船类

流水行船类行程问题主要涉及到的是顺流和逆流两个过程，小伙伴需要掌握

的是这两个过程中的两个速度，把这两个搞清楚了，题目就不会太混乱。

【例 3】一艘游轮从甲港口顺水航行至乙港口需 7 小时，从乙港口逆水航行至甲港口需 9 小时。问如果在静水条件下，游轮从甲港口航行至乙港口需多少小时？（　　）

A. 7.75 小时　B. 7.875 小时

C. 8 小时　D. 8.25 小时

适用前提剖析：

1、整个题干中给出的具体数据，都是时间。

2、路程、速度、时间这三类量中给出一类量，可以赋值。

【解析】赋甲乙两个港口之间的距离为 63，根据题意可知，游轮顺水速度为 9，逆水速度为 7，设游轮在静水中速度为 a，水速为 b，可列式 a＋b＝9①；a－b＝7②，联立①和②解得 a＝8，b＝1，则游轮在静水条件下从甲港口到乙港口需要时间为 63÷8＝7.875（小时），因此，选择 B 选项。

通过上面几个例题，简单介绍了行程问题的题型和解题思路，小伙伴们，都掌握住了么？最后，希望大家在未来的日子里，能以梦为马，不负韶华，多多努力，早早上岸。

数量关系十：排列组合去重复

众所周知，重复计数是排列组合问题的主要错误之一，而此类问题具有隐蔽性，不易被发现。本文就排列组合中几种常见的重复性错误加以剖析，以期来提升大家解决问题的能力。

排列组合问题中一个最核心的要素是不重不漏，那如何才能避免重复计数呢，这就需要我们了解重复产生的原因。常见的容易产生重复的情况主要有三类：第一，分步引起重复计算；第二，平均分组易重复计算；第三，环形排列易重复计算，这里我们先介绍前两类：

一. 分步引起重复计算

【例】从 5 名男生 5 名女生中选出 4 人，去参加培训，在选出的 4 人中至少有 1 名男生 1 名女生的情况数有多少种？

【错解】先在 5 名男生中选择 1 名，有 C_5^1 种，再在 5 名女生中选择 1 名，有 C_5^1 种，然后在剩余的 8 人中再选出 2 人，有 C_8^2 种，根据分步计数原理共有

$C_5^1 \cdot C_5^1 \cdot C_8^2 = 700$ 种。

剖析：假设甲、乙为 2 名男生，丙、丁为 2 名女生，根据上述选法，其中有一种取法可以是“先选甲，再选丙，再选乙和丁”，另外一种取法是“先选乙，再选丁，再选甲和丙”。显然这两种取法是同一种结果，但上述解法却将其当成两种情况，导致重复。

究其原因是本题使用了分步计数原理，而分步本身就包含顺序（有先有后），与排列相关。但是本题中无论是选择两名男生还是两名女生，只是一个组合，跟顺序没有关系，因此出现了重复计数。

【正解】分成三类：

（1）1 男 3 女，有 $C_5^1 \cdot C_5^3 = 50$ 种

（2）2 男 2 女，有 $C_5^2 \cdot C_5^2 = 100$ 种

（3）3 男 1 女，有 $C_5^1 \cdot C_5^3 = 50$ 种

共 50＋100＋50＝200 种。

类似的题目在公考中屡见不鲜，下面就通过两道题目对比理解：

【例 1】（2016 联考）在九宫格内依次填入数字 1—9，现从中任取两个数，要求取出的两个数既不在同一行也不在同一列，共有多少种不同取法？

A. 9　　B. 18

C. 36　　D. 45

【答案】B

【解析】第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，先从 9 个数字中任选 1 个数，有 C_9^1 种情况，去掉一行一列后，再选第二个数有 C_4^1 种情况。而本题要求任意取出两个数，属于随机取数（即取出的两个数没有先后顺序），故共有 $\frac{C_9^1 C_4^1}{A_2^2} = 18$（种）不同取法。

因此，选择 B 选项。

【例 2】（2016 河南）在 7×7 的队列中，先随机给一个队员戴上红绶带，再给另一个队员戴上蓝绶带，要求戴两种颜色绶带的这两位队员不在同一行也不在

同一列。问有多少种戴法？

A.1048　　B.1374

C.1764　　D.1858

【答案】C

【解析】第一步，本题考查排列组合，属于基础排列组合。

第二步，根据 7×7 的队列知，共有 7×7＝49（人），则选出一人戴红绶带有 C_{49}^{1}＝49（种）情况。

第三步，要使所选出 1 人不在同一行也不在同一列，可知戴蓝绶带人选有 6×6＝36（人），故从中选出一人戴蓝绶带共有 C_{36}^{1}＝36（种）情况。总的戴法为 49×36＝1764（种）情况。

因此，选择 C 选项。

观察例 1 和例 2，我们会发现，例 1 要求“任取两个数”，所以采用分步计算后需要剔除重复；而例 2 要求“先给一个队员戴上红绶带，再给另一个队员戴上蓝绶带”有先后顺序，直接相乘即可。通过两道例题，我们可以总结如下：①如果按照顺序选取（或有先后顺序），则无重复；②如果随机选取（即无顺序），则有重复，需要剔除重复，剔除的方式是如果选取 M 个数，就除以 A_{M}^{M}。

二.平均分组易重复计算

【例】将 6 个人平均分成 3 组，每组 2 人，有多少种分组方式？

【错解】分 3 步：首先在 6 人中任取 2 人，作为一组有 C_{6}^{2} 种；之后在余下 4 人中再取 2 人，有 C_{4}^{2} 种；最后剩下 2 人作为一组，据分步计数原理知共有 $C_{6}^{2} \cdot C_{4}^{2} \cdot C_{2}^{2}=90$ 种。

剖析：将 6 人分别看为甲、乙、丙、丁、戊、己，假设第 1 种取法是“先取甲乙，再取丙丁，最后取戊己，分成 3 组”，第 2 种取法是“先取丙丁，再取甲乙，最后取戊己，分成 3 组”，可见 2 种取法是同一种分组方式，出现了重复计数。

【正解】首先在 6 人中任取 2 人，作为一组有 C_{6}^{2} 种；之后在余下 4 人中再取 2 人，有 C_{4}^{2} 种；最后剩下 2 人作为一组，再除以平均分组的重复次数 A_{3}^{3}，所

以共有 $\frac{C_6^2 \bullet C_4^2 \bullet C_2^2}{A_3^3}=15$ 种。

下面通过几道公考题目加深理解：

【例 3】（2015 四川）将 10 名运动员平均分成两组进行对抗赛，问有多少种不同的分法？

A. 120　　B. 126

C. 240　　D. 252

【答案】B

【解析】第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，由平均分成两组知，第一组先选出 5 人有 C_{10}^5 ＝252（种）种分法，剩下 5 人自动成为第二组。由于没有先后顺序区别，所以有 $\frac{252}{A_2^2}$ ＝126（种）。

因此，选择 B 选项。

在解决平均分组类问题时，如果分成 N 组，需要除以 A_N^N 来剔除重复。

【例 4】（2018 浙江）某班共有 8 名战士，现在从中挑出 4 人平均分成两个战斗小组分别参加射击和格斗考核，问共有多少种不同的方案？

A. 210　　B. 420

C. 630　　D. 840

【答案】B

【解析】第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，先从 8 名战士中挑出 4 人，有 $C_8^4=70$（种）；再从这 4 名战士中选择 2 人参加射击考核，有 $C_4^2=6$（种）；最后剩余的两名战士参加格斗考核，有 $C_2^2=1$（种）；分步用乘法，共有 70×6×1＝420（种）。

因此，选择 B 选项。

究其实质本题有两个过程，第一，先分成 2 个 2 人小组，第二，分组之后去参加两个不同的小组，故需再乘以 A_2^2，即 $\frac{C_8^2 \bullet C_6^2}{A_2^2} \bullet A_2^2$。

【例 5】（2017 江苏）某单位组织志愿者参加公益活动，有 8 名员工报名，

其中 2 名超过 50 岁。现将他们分成 3 组，人数为 3、3、2，要求 2 名超过 50 岁的员工不在同组，则不同分组的方案共有：

A. 120 种　　B. 150 种

C. 160 种　　D. 210 种

【答案】D

【解析】第一步，本题考查排列组合问题，属于基础排列组合。

第二步，根据要求 2 名超过 50 岁的员工不在同组，有以下 2 种情况：

①分别在 2 个三人组，有 $C_6^2 \bullet C_4^2 \bullet C_2^2 = 90$（种）情况；

②分别在 1 个三人组，1 个二人组，有 $C_2^1 \bullet C_6^2 \bullet C_4^3 \bullet C_1^1 = 120$（种）情况。

第三步，不同分组的方案共有 90＋120＝210（种）。

因此，选择 D 选项。

例 5 是平均分组中较难的综合题目，但你只要明白了平均分组本质及原理，本题也会迎刃而解。

数量关系十一：排列组合中的至少分配模型

“至少分配 1 个/n 个”是排列组合问题中的一种常见模型，解决这类问题的方法是隔板法。由于这种模型有固定的套路，考生应该优先掌握这种模型。

隔板法适用的特征是：有若干个相同的元素要分成若干组；最基本的问法是：将 M 个相同的元素分给 N 个对象，每个对象至少分得一个的方式有多少种？

处理这种形式，在 M 个元素形成的 M－1 个空里，挑选 N－1 个空各插入一个板，就可以将 M 个元素分成 N 组，且每组不少于一个；即有 C_{M-1}^{N-1} 种分法。

【例 1】（2014 河南）将 7 个大小相同的桔子分给 4 个小朋友，要求每个小朋友至少得到 1 个桔子，一共有几种分配方法？

A. 14　　B. 18

C. 20　　D. 22

【答案】C

【解析】要满足 7 个相同桔子分给 4 个小朋友，每人至少一个，可以将 7 个桔子摆一排，在中间的 6 个空中插 3 个板，则共有 C_6^3＝20（种）。因此，选择 C 选项。

隔板法有很多种变形，目前常考的基本上是变形类考法，即“至少 1 个”变形为“至少 n 个”，这种情况要先转化为“至少 1 个”，再使用隔板法。

如上题可改为以下三种形式：

（1）将 7 个大小相同的桔子分给 3 个小朋友，要求每个小朋友至少得到 1 个桔子，一共有几种分配方法？

（2）将 7 个大小相同的桔子分给 3 个小朋友，要求每个小朋友至少得到 2 个桔子，一共有几种分配方法？

（3）将 7 个大小相同的桔子分给 3 个小朋友，一共有几种分配方法？

第（1）种形式，直接使用公式，即分法有 C_6^2=15（种）。

第（2）种形式，先给每个小朋友都分一个，转化为有 4 个桔子分给 3 个小朋友，每个小朋友至少 1 个，则可以直接使用公式，即分法有 C_3^2=3（种）。

第（3）种形式，先从每个小朋友那里“借”来一个，转化为有 10 个桔子分给 3 个小朋友，每个小朋友至少 1 个，则可以直接使用公式，即分法有 C_9^2=36（种）。

可以看出，这三种形式是有联系的，至少 0 个、至少 1 个、至少 2 个，空隙分别是 9、6、3。有了这种转化，就可以轻松应对变形类的隔板法题目。

【例 2】(2013 陕西）某领导要把 20 项任务分给三个下属，每个下属至少分得三项任务，则共有多少种不同的分配方式？

A. 28　　　　B. 36

C. 54　　　　D. 78

【答案】D

【解析】由每个下属至少分三项任务，可先给每个下属分 2 个任务，还剩余 20－2×3＝14（项）任务。再将 14 项任务分给三个下属，每人至少一个，就能保证每个下属至少三项任务，共有 C_{13}^2=78（种）分配方式。因此，选择 D 选项。

除了这种变形类的隔板法之外，隔板法在其他类型的数量题目中也有着奇妙的应用，以下列举两类应用题型。

第一类是特定形式的整数类不定方程的求解。可以把数值 n 想象成 n 个 1，就可以在若干个 1 中插入板子。比如在不定方程 x+y+z=5 中，x、y、z 有多少组

正整数解？可以把 5 想象成 5 个 1，那么相当于把 5 个元素分成 3 组，每组至少 1 个，那么根据公式有 C_4^2=6（种）分配方式，即该不定方程有 6 组正整数解。

【例 3】（2015 吉林甲）某人想要通过掷骰子的方法做一个决定，他同时掷 3 颗完全相同且均匀的骰子，如果向上的点数之和为 4，他就做此决定，那么，他能做这个决定的概率是：

A. 1/36　　　　B. 1/64

C. 1/72　　　　D. 1/81

【答案】C

【解析】（1）枚举解法：

第一步，本题考查概率问题，属于基本概率。

第二步，掷 3 颗骰子，满足向上的点数之和为 4，可分为 3 种情况：（1，1，2）、（1，2，1）、（2，1，1）。总的情况数为 6^3=216，故概率为 3÷216=$\frac{1}{72}$。因此，选择 C 选项。

（2）隔板解法：

三枚骰子点数之和是 4，相当于 x+y+z=4 有多少组正整数解，即将 4 个 1 分为 3 组，每组至少一个 1，那么有 C_3^2=3（种），总的情况数为 6^3=216，故概率为 3÷216=$\frac{1}{72}$。因此，选择 C 选项。

第二类是考了十几年仍经久不衰的“答对、答错与不答”类题目。这类题目的分数可能，即 n 道题目分成 3 组，有多少种分法？此时需要先“借”3 道，再进行插板应用。注意由于分值不同，需要去掉重复情况。

【例 4】（2008 深圳）某次数学竞赛共有 10 道选择题，评分办法是答对一道得 4 分，答错一道扣 1 分，不答得 0 分。设这次竞赛最多有 N 种可能的成绩，则 N 应等于多少？

A. 45　　　　B. 47

C. 49　　　　D. 51

【答案】A

【解析】（1）枚举解法：

第一步，本题考查其他杂题。

第二步，答对 10 题最高为 40 分，答错 10 题最低为-10 分，从-10 到 40 共 51 个分值，其中，39、38、37、34、33、29 共 6 个分值无法取得，N 应等于 51－6＝45。因此，选择 A 选项。

（2）隔板解法：

本题可转化为 10 道题目分成“答对”、“答错”、“不答”3 组，有多少种分法？先“借”3 道题目，代入隔板模型分数有 $C_{13-1}^{3-1}=C_{12}^{2}$ =66（种）。

注意到在分数上答对 1 道+答错 4 道=不答 5 道，因此这 5 道题的分数被重复计算了两次，比如 10 分可能是答对 3 道+答错 2 道+不答 5 道，也可能是答对 4 道答错 6 道；去重复则先拿出不答的 5 道题，剩下的 5 道分成 3 组，有 $C_{8-1}^{3-1}=C_{7}^{2}$ =21（种），去掉 21 种即为所求，66－21=45（种）。因此，选择 A 选项。

【例 5】（2018 浙江）某测验包含 10 道选择题，评分标准为答对得 3 分，答错扣 1 分，不答得 0 分，且分数可以为负数。如所有参加测验的人得分都不相同，问最多有多少名测验对象？

A. 38　　　　B. 39

C. 40　　　　D. 41

【答案】A

【解析】（1）枚举解法：

第一步，本题考查其他杂题。

第二步，答对 10 题最高为 30 分，答错 10 题最低为-10 分，从-10 到 30 共 41 个分值，其中，29、28、25 共 3 个分值无法取得，分数的可能有 41－3=38（种），即测验对象最多 38 人。因此，选择 A 选项。

（2）隔板解法：

本题与上一题完全一致，先“借”3 道题目，代入隔板模型分数有 $C_{13-1}^{3-1}=C_{12}^{2}$ =66（种）。注意到答对 1 道+答错 3 道=不答 4 道，去重复则先拿出 4 道题，剩下的 6 道分成 3 组，有 $C_{9-1}^{3-1}=C_{8}^{2}$ =28（种），去掉 28 种即为所求，66－28=38（种），即测验对象最多 38 人。因此，选择 A 选项。

可以发现，即使是简单的数量关系题目，也有许多值得细细研究，领悟数学之美。当然在考场上考生切忌太过深入把玩题目，只要平时掌握隔板法的特征和

具体套路，考试时做对“至少 n 个”的分配模型即可。华图教育衷心希望广大考生认真学习、金榜题名！

数量关系十二：几何概率

近几年概率问题考查的越来越多，其中几何概率也随之成为一个小的热点模型。几何概率的本质非常简单，考试题目难度一般不大，如果掌握了几何概率的本质则很容易拿到这部分题目的分数。

先来看定义：如果每个事件发生的概率只与构成该事件区域的长度、面积或体积成比例，则称这样的概率模型为几何概率模型，简称为几何概型。

这个定义的本质其实就是在一个几何维度中，每一个点被取到的机会都一样。相对于基础的概率公式，把可以计数的“满足条件的情况数”变成了不可计数的“满足条件的长度/面积/体积”，将等可能事件的概念从有限向无限进行了延伸，也是初中学习的内容。那么几何概率的公式就变成了 $p=\frac{\text{满足条件的长度/面积/体积}}{\text{总的长度/面积/体积}}$。

【例 1】（2019 上海 A/B）射击用的靶子是由若干个同心圆组成，最中心的圆代表 10 环，而 10 环外圈的一个圆环代表 9 环。在随机射击时，若要使得击中 10 环和 9 环的概率相同，那么 10 环外圈半径与 9 环外圈半径的比值为：

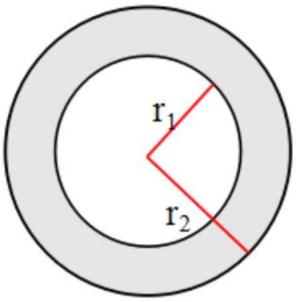
A. 1　　　　B. $\sqrt{2}$

C. 1/2　　　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】D

【解析】第一步，本题考查几何概率。

第二步，要使得击中 10 环和 9 环的概率相同，根据几何概率基本公式，则 10 环和 9 环的面积相同。如下图所示，设 10 环外圈的半径为 r_1，9 环外圈的半径为 r_2，根据面积相等有 $\pi r_1^2=\pi r_2^2-\pi r_1^2$，整理得 $r_1:r_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$。



因此，选择 D 选项。

在圆形区域内考查几何概率比较多见，需要根据圆内各个半径计算面积的比值从而计算概率。2018 年上半年多省市联考也考到了这样一道几何概率：

【例 2】（2018 联考上）小波通过往圆圈里投掷米粒（米粒本身长度不计，视为一个点）的方式决定自己的周末活动。经过试验，他将米粒投进圆圈内的成功率达到 100%，但投掷在圆内的位置随机。如果米粒到圆心的距离大于圆半径的一半，那么他周末去看电影；若米粒到圆心的距离小于半径的 1/4，他会去打篮球；否则，他将在家看书。据此可知小波周末不在家看书的概率为：

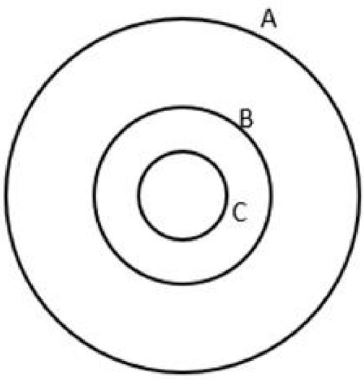
A. 13/16　　　　B. 2/5

C. 3/5　　　　D. 1/16

【答案】A

【解析】第一步，本题考查几何概率问题。

第二步，如下图所示，赋值圆圈 A 的半径为 4，则到圆心距离为圆 A 半径一半的圆 B 的半径为 2，到圆心距离为圆 A 半径的 1/4 的圆 C 半径为 1，根据面积的比等于半径之比的平方，可得圆 A、B、C 的面积之比为 16∶4∶1，那么留在家看书的概率为（4－1）÷16=$\frac{3}{16}$。



第三步，小波周末不在家看书的概率为 $1-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$。

因此，选择 A 选项。

这两道题都是考查几何概率的考题中比较简单的题目。近几年也考查过一些比较难的题目，这一类题目需要考生理解模型，从而在建造几何模型的过程中胸有成竹。当然如果考场上第一次遇见，没思路也可以放弃。

【例 3】（2018 江西）将一长度为 L 的线段任意截成三段，设 P_1 为所截的三

线段能构成三角形的概率，P_2为所截的三线段不能构成三角形的概率，则下列选项正确的是：

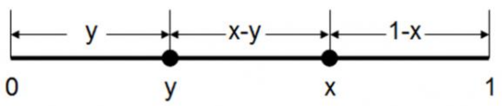
A. $P_1=P_2$　　　　B. $P_1>P_2$

C. $P_1<P_2$　　　　D. 不能确定P_1、P_2的大小关系

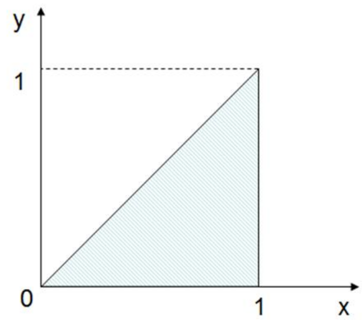
【答案】C

【解析】第一步，本题考查几何概率问题。

第二步，如图，设线段长度为1，第一个点坐标为y，第二个点坐标为x，三条线段长度分别为y、x－y、1－x。



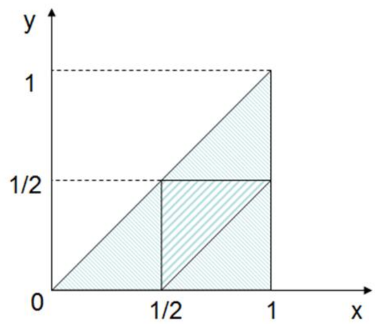
由于 $\begin{cases}0<x<1\\ y<x\end{cases}$ ，因此x、y的取值区间如图：



要让三条线段能够组成三角形，则需要两边之和大于第三边，用公式表达：

$$\begin{cases}y+(x-y)>1-x\\(x-y)+(1-x)>y\\y+(1-x)>x-y\end{cases}\text{，化简得：}\begin{cases}x>\dfrac{1}{2}\\y<\dfrac{1}{2}\\y>x-\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

用图形表示：



中间阴影部分即为可以构成三角形的 x、y 取值。

第三步，根据图形面积可知，能够构成三角形的概率 P_1 为 1/4，不能构成三角形的概率 P_2 为 3/4，则 $P_1 < P_2$。

因此，选择 C 选项。

本题难度十分大，但这道题在考场上也可以根据选项去选择：一根线段分成 3 截，两边之和与第三边的关系为：大于、等于或小于。三角形两边之和大于第三边、两边之差小于第三边，所以能构成三角形的概率小于不能构成的概率。

这种在直角坐标系里寻找几何概率的题目在公考中并不少见。无独有偶，2019 年江苏考了一道与【例 3】几乎一模一样的题目，只是选项更不好猜测。

【例 4】将一根绳子任意分成三段,则此三段能构成一个三角形的概率是：

A. 1/4　　B. 1/3

C. 1/2　　D. 3/4

本题答案选择 A，做法跟例 3 一模一样。本题难度很大，华图在线题库后台显示本题正确率只有 18%。事实上可以根据选项相关，猜测答案为 A、D 中较小的那一个。

可以发现，几何概率如果给出了几何模型，就是简单的概率题目，必须拿分；如果需要在直角坐标系中自己构建模型，则可以根据选项猜测正确答案。在考场上不论什么方法，只要能选出正确答案，就是好方法。

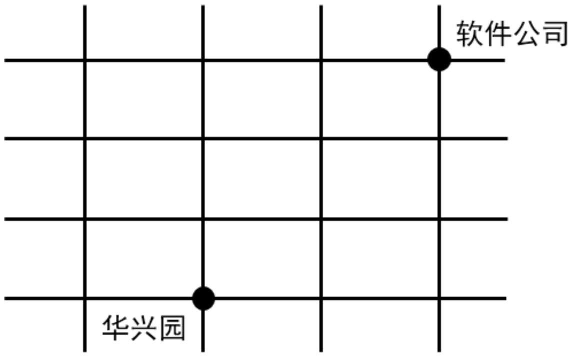
数量关系十三：平面路径问题

在平面几何中，我们常常会碰到与路径相关的问题，主要有三种表现形式：第一，对于给定的平面几何图形，如果已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量；第二，对于给定的平面几何图形，要求走完每一段路，求最短路径；第三，计算平面图形中两点之间的最短距离。由于平面路径系列问题内容较多，计划分三次来给大家呈现，本次主要介绍第一类：

对于给定的平面几何图形，如果已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量。一般通用的方式是逐点标数（本质为递推和数列）。具体方法：①确定起点和终点，在起点处标 1；②确定运动方向（转化成上下左右）后转换角度，即每一点可能来的路径数；③由起点到终点（由近及远）逐级求和，每一个点的路径数等于可能到达它的点的路径数之和。理论比较抽象，我们通过几道例

题一起来看一下：

【例 1】小张从华兴园到软件公司上班要经过多条街道（软件公司在华兴园的东北方）。假如他只能向东或者向北行走，则他上班不同走法共有：



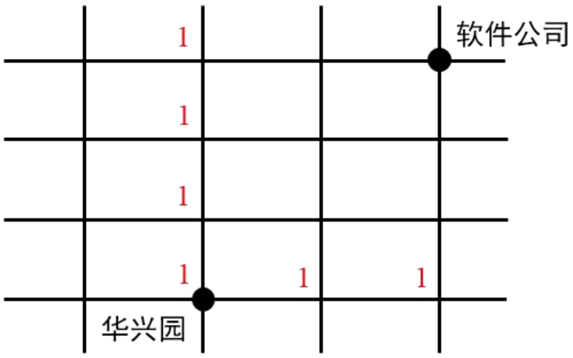
A. 12 种　　B. 15 种

C. 20 种　　D. 10 种

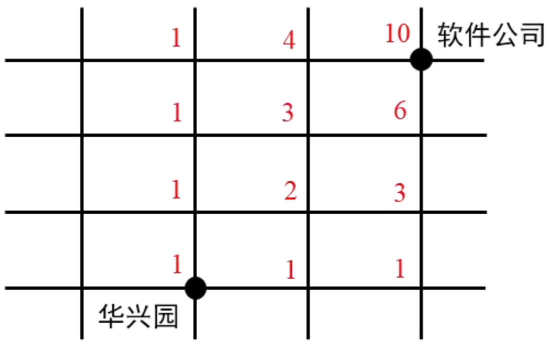
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点和终点，并确定了向东和向北的运动方向，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点处标 1，并在正东和正北方向标 1，如下图：

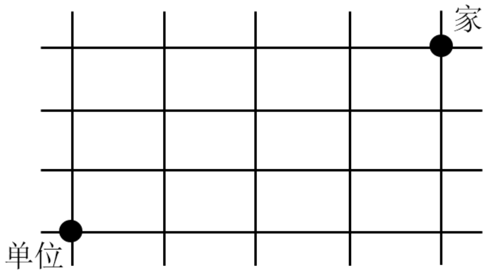


第二步，除起点外，任何一点只能从它的左边和下边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 D 选项。

【例 2】（2019 河北）小赵从家出发去单位上班要经过多条街道（如图），假如他只能向西或向南行走。则他上班有多少种不同的走法？



A. 6

B. 24

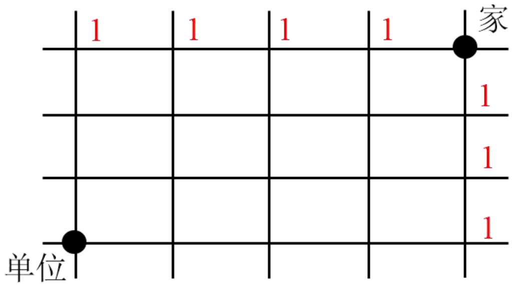
C. 32

D. 35

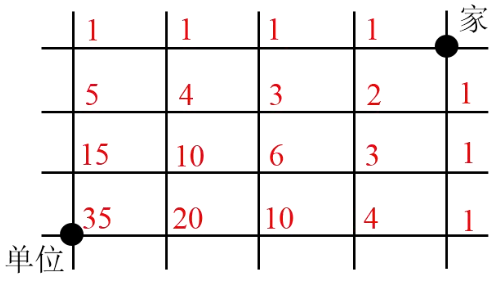
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点和终点，并确定了向西和向南的运动方向，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点处标 1，并在正西和正南方向标 1，如下图：



第二步，除起点外，任何一点只能从它的上边和右边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：

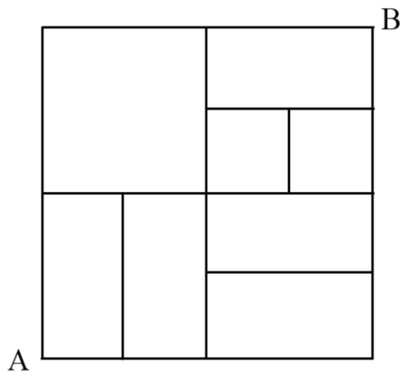


因此，选择 D 选项。

除了标数法之外，还有部分同学会想到用排列组合的方式来求解。如例 1 种根据“从华兴园到软件公司上班只能向东或者向北行走，至少要走过两条横向马路，三条纵向马路，共 5 段路”，只要从 5 段路中，选择 2 段路走横向即可，

故共 $C_5^2=10$ 种。同理，例 2 也可以使用排列组合的方式，即四条横向道路，三条纵向道路，共 7 段路，只需要从 7 段路中，选择 3 段路走纵向即可，共 $C_7^3=35$ 种。但此类方式有其局限性，并不是通用的解法，如下面的例题使用排列组合的方式会比较困难，而标数法却比较简单。

【例 3】(2015 黑龙江）从 A 地到 B 地的道路如图所示，所有转弯均为直角，问如果要以最短距离从 A 地到达 B 地，有多少种不同的走法可以选择？



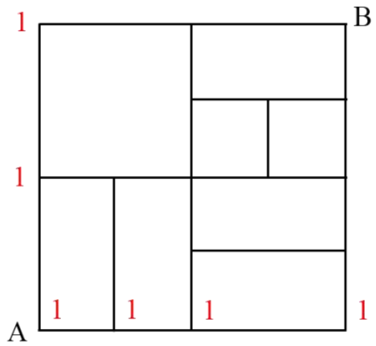
A. 14　　　　B. 15

C. 18　　　　D. 21

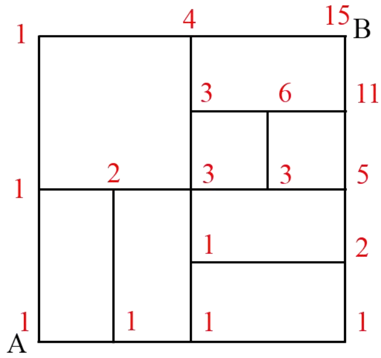
【答案】B

【解析】

第一步，已知了起点和终点，题干要求最短距离只能向右或向上行进，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点 A 处标 1，并在正东和正北方向标 1，如下图：

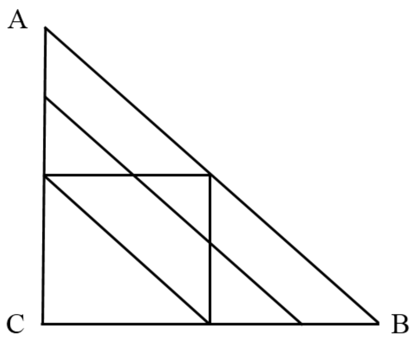


第二步，除起点外，任何一点只能从它的左边和下边过来（因为要求路程最短），分析之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 B 选项。

【例 4】（2014 山东）A、B、C 三地的地图如下图所示，其中 A 在 C 正北，B 在 C 正东，连线处为道路。如要从 A 地到达 B 地，且途中只能向南、东和东南方向行进，有多少种不同的走法：



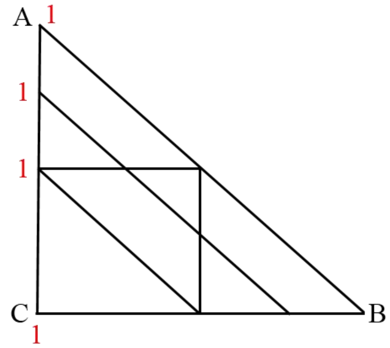
A. 9　　　　B. 11

C. 13　　　　D. 15

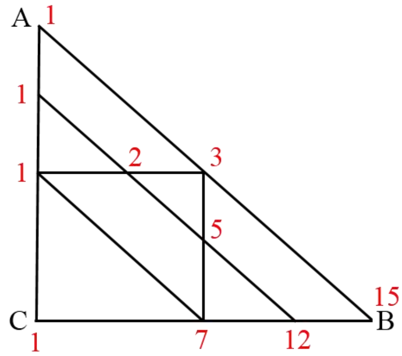
【答案】D

【解析】

第一步，已知了起点 A 和终点 B，题干要求最短距离只能向南、向东或东南行进，求不同走法的总数，采用**逐点标数法**。先在起点 A 处标 1，并在正南方向标 1，如下图：



第二步，任何一点只能从它的上边、左边和左上方向过来（因为要求路程最短），分析明白之后，接着可以标记余下点的路径数。如下图：



因此，选择 D 选项。

对于平面几何中的路径类问题，即给定一个平面几何图形，已知起点和终点，按照指定的规则，求不同路径的数量的题目，虽然针对部分简单图形，排列组合可以使用，但并不是最常用的解法，我们最常用的解法是标数法（本质为递推和数列）。当然，需要各位同学把握好题目特征以及具体方法的操作步骤，只有熟练掌握才能灵活自如地运用。

数量关系十五：巧解最不利构造问题

数量关系虽难，但是有很多的解题技巧、套路和方法。比如数量关系中常考的一种题型——最值问题。最值问题在考试中常见的有三种题型，分别是最不利构造、数列构造、多集合反向构造。其中最不利构造是一类有固定解题套路的题型，只要学会解题方法，能够熟练应用，那么最不利构造类题目是考场中比较容易拿分的一种题型。

今天我们就一起来学习一下最不利构造类题目的解题方法。最不利构造类题目的题型特征是：至少……保证……。比如有编号为 1~13 的卡片，每个编号有

4 张，共 52 张卡片。问至少摸出多少张，就可保证一定有 3 张卡片编号相连？“至少”摸出多少张就可“保证”一定有 3 张卡片编号相连，是一个典型的最不利构造问题。当判定一个题目是最不利构造问题以后，我们就可以用固定套路解题了。

具体操作如下：

①确定最不利情况：要求 3 张卡片编号相连，最不利的情况是已摸的牌里只有 2 张编号相连：1、2、4、5、7、8、10、11、13（或 1、3、4、6、7、9、10、12、13）。

②求出所有不利情况的总和：每个编号 4 张，共 4×9＝36（张）卡片。

③答案=所有不利情况＋1：答案=36+1=37（张），即至少摸出 37 张，就可保证一定有 3 张卡片编号相连。

通过以上几步，我们可以发现，最不利构造类题目是有固定套路的，我们只要掌握了解题套路，那么最不利构造类问题还是比较简单的。

那么下面我们一起看几道例题，应用一下最不利构造类题目的解题方法。

【例 1】（2019 重庆）某地区招聘卫生人才，共接到 600 份不同求职者的简历。其中，临床、口腔、公共卫生和护理专业分别有 200 人、160 人、140 人和 100 人，问至少有多少人被录用，才能保证一定有 140 名被录用者专业相同？

A. 141　　B. 240

C. 379　　D. 518

【答案】D

【解析】

第一步，本题考查最值问题中的最不利构造问题。

第二步，要保证 140 名录用者专业相同，则最不利的情形是只有 139 名满足，则所有的最不利情形=139+139+139+100=517（名），则所求=517+1=518（名）。即至少有 518 人录用，才能保证一定有 140 名录用者专业相同。

因此，选择 D 选项。

【注意】保证值为 140，最不利值为 139，若某专业人数小于最不利值，则求所有不利情况的总和时，此专业只需保留实际总人数即可。

【例 2】（2011 北京）有 17 个完全一样的信封，其中 7 个分别装了 1 元钱，8 个分别装了 10 元钱，2 个是空的，问最少需要从中随机取出几个信封，才能保

证支付一笔 12 元的款项而无需找零？

A. 4　　B. 7

C. 10　　D. 12

【答案】D

【解析】

第一步，本题考查最值问题，属于最不利构造。

第二步，构造最不利情况，分析可知，12 元＝10 元＋1 元＋1 元，最不利的情况为 2 个空的、8 个 10 元的、1 个 1 元的，共计 11 个，根据最不利＋1，此时再拿出 1 个必然可以构造出 12 元。可知最少应取出 11＋1＝12（个）信封。

因此，选择 D 选项。

【注意】最不利情况即尽可能多取出信封但依然无法满足题目要求保证的事件，若先取出 2 个空信封，再取出 7 个 1 元的信封，再加 1 个 10 元的信封，即可满足保证，此时仅取出 10 个信封，未达到“最不利”，排除。

【例 3】（2016 山东）某个社区老年协会的会员都在象棋、围棋、太极拳、交谊舞和乐器五个兴趣班中报名了至少一项。如果要在老年协会中随机抽取会员进行调查，至少要调查多少个样本才能保证样本中有 4 名会员报的兴趣班完全相同？

A. 93　　B. 94

C. 96　　D. 97

【答案】B

【解析】

第一步，本题考查最值问题，属于最不利构造。

第二步，最不利构造问题的答案＝最不利情况＋1。由报名了至少一项，可得报名方式有 $C_5^1+C_5^2+C_5^3+C_5^4+C_5^5=31$（种）。要求有 4 名会员报名情况相同，最不利的情况为每种报名方式各有 3 人，共 3×31＝93（人）。故至少要调查 93＋1＝94（个）样本，才能保证样本中有 4 名会员报的兴趣班完全相同。

因此，选择 B 选项。

【注意】此题中的所有不利情况共分 5 类，并需结合排列组合的知识进行计算，知识点较为综合难度较大，同学们计算时需认真仔细。

通过三个例题我们发现，最不利构造类题目，解题方法基本一致，最不利值均为“保证值－1”、答案均为“所有不利情况＋1”，唯有找出所有最不利情况的总和才能得出正确答案。

数量关系的题目几乎都是有方法可寻、有技巧可用，多学习基础课，多做题，相信同学们一定能有更多收获。

数量关系十六：巧解数列构造问题

数量关系虽难，但是有很多的解题技巧、套路和方法。比如数量关系中常考的一种题型最值问题。最值问题在考试中常见的有三种题型，分别是最不利构造、数列构造、多集合反向构造。前面已经讲过最不利构造的方法，今天我们就一起来学习一下数列构造类题目的解题方法。数列构造类题目的题型特征是已知多项之和，求某一项的最值。比如已知 5 人一共考了 400 分，求排名第二的最少考了多少分？已知 5 人之和为 400，求第二名的最低分，是一个典型的数列构造问题。当我们判定一个题目是数列构造问题以后，我们可以用构造法解题。

构造法具体操作如下：

① 列表：列表标出一共有几项和这几项之和；

② 确定所求目标：问谁设谁为未知数 x；

③ 构造：构造其余数据；

④ 列方程：每一项之和等于总和；

⑤ 确定答案：解方程。

通过以上几步，我们可以发现，数列构造类题目还是有固定套路的，我们只要掌握了解题套路，那么数列构造类问题还是比较简单的。

那么下面我们一起看几个例题，应用一下数列构造类题目的解题方法。

【例 1】（2015 广东）在一次抽奖活动中，要把 18 个奖品分成数量不等的 4 份各自放进不同的抽奖箱。则一个抽奖箱最多可以放多少个奖品？

A. 6　　B. 8

C. 12　　D. 15

【答案】C

【解析】

第一步，本题考查最值问题，属于数列构造。

第二步，设一个抽奖箱最多可以放 x 个奖品。要使一个抽奖箱奖品最多，则其余抽奖箱奖品尽量少。由于数量不等，故其余三个抽奖箱放置的奖品个数分别为 1、2、3。

第三步，那么可列方程 $x+1+2+3=18$，解得 $x=12$。

因此，选择 C 选项。

【例 2】（2017 江苏 A）在一次竞标中，评标小组对参加竞标的公司进行评分，满分 120 分，按得分排名，前 5 名的平均分为 115 分，且得分是互不相同的整数，则第三名得分至少是多少？

A. 112 分　　B. 113 分

C. 115 分　　D. 116 分

【答案】B

【解析】

第一步，本题考查最值问题，属于数列构造。

第二步，设第三名为 x 分，总分一定的情况下，为使 x 至少，则其他名次的分数尽可能高。由于得分是互不相同的整数，则前两名最高为 120、119 分，后两名最高为 $x-1$、$x-2$。

第三步，根据题意可列方程：$115\times5=120+119+x+x-1+x-2$，解得 $x=113$。

因此，选择 B 选项。

【例 3】（2015 陕西）植树节到来之际，120 人参加义务植树活动，共分成人数不等且每组不少于 10 人的六个小组，每人只能参加一个小组，则参加人数第二多的组最多有多少人？

A. 32　　B. 33

C. 34　　D. 35

E. 36　　F. 37

G. 38　　H. 39

【答案】E

【解析】

第一步，本题考查最值问题中的数列构造。

第二步，若使参加人数第二多的组人数最多，则其他组人数尽可能少。设人数第二多的组有 x 人，结合人数不等且不少于 10 人，可得六组人数分别为 10、11、12、13、x、x＋1。

第三步，总人数为 10＋11＋12＋13＋x＋（x＋1）＝120，解得 x＝36.5，故人数第二多的组最多有 36 人。

因此，选择 E 选项。

通过三个例题我们发现，数列构造类题目，解题方法基本一致，都是构造法，唯一的区别在于题目中有没有给出“各不相同”，如果没给出，则各项之间可以相等；如果给出了，则各项之间不能相等，这是考试时比较易错的一点，需要考生在考试的时候注意。

数量关系十七：周期问题怎么做？

数量关系一直是大家比较害怕提及的话题点，但是周期问题犹如一股清流，迎来了很多小粉丝，但是未经梳理，大家对此类问题的了解相对片面，我们先来看一道例题。

【例 1】标有①②③④⑤⑥⑦记号的 7 个杯子依次放在桌上，现在①③⑤⑦四个杯子杯口朝上，其余杯子杯口朝下，小张从①到⑦顺次翻转杯子，经过 2019 次翻转后，杯口朝上的杯子记号为（　　）。

A. ②⑤⑦　　B. ②④⑤⑦

C. ①③④⑥　　D. ①③⑥

【解析】先识别出来这是个周期问题，有些考生看到这个题目的第一反应就是枚举，枚举第 14 次翻转回到原来的位置，再继续往下用周期的方法计算，也可以得出正确答案，就匆忙对答案，也不会去思考是否会有更简易的方法，这便是周期问题经常被对待的方式。那这里需要跟大家介绍的是更适合的方法，题中有 7 个杯子，每翻转 14 次，7 个杯子都翻转 2 次，杯口朝向回到初始状态，即转换 14 次为一个循环周期，2019÷14＝144…3，即求初始状态下翻转 3 次的杯口朝向情况，①②③号杯子各翻转一次，杯口朝上的是②⑤⑦。因此，选择 A 选项。看到这里是不是恍然大悟，紧急需要下一道题目来激发内心的激动，我们继续来看下一个题目。

【例 2】标有 a、b、c、d、e、f 记号的六盏灯按序排成一行。每盏灯装有开关，现有 b、d 两盏灯亮着，其余灯是灭的。某测试人员拉动 a 灯开关，并按序拉动 b、c、d、e、f 灯开关，再按此顺序循环拉下去。则当测试人员拉动 2023 次后，亮着的灯应该是（　　）。

A. b、c　　B. a、b、d

C. a、c、e　　D. c、e、f

【解析】每拉动 12 次，六盏灯各被拉动两次，明灭情况回到初始状态。2023÷12＝168…7，即求初始状态下按顺序拉动 7 次后六盏灯的明灭情况。只有 a 被拉动 2 次，依然为灭的；其余五盏灯各被拉动一次明灭状态切换，六盏灯的情况分别为：灭、灭、亮、灭、亮、亮。亮着的灯应该是 c、e、f。因此，选择 D 选项。

【例 3】一个圆盘上按顺时针方向依次排列着编号为 1 到 7 的七盏彩灯，通电后每个时刻只有三盏亮着，每盏亮 6 秒后熄灭，同时其顺时针方向的下一盏灯开始亮，如此反复。若通电时编号为 1，3，5 的三盏先亮，则 200 秒后亮着的三盏彩灯的编号是：

A. 1，3，6　　B. 1，4，6

C. 2，4，7　　D. 2，5，7

【解析】圆盘上共 7 盏灯，即转换 7 次为一个循环周期，时间为 42 秒，200÷42＝4…32，经过了 4 个完整的周期，还剩 32 秒，相当于从初始状态按顺时针往下转换 5 次，此时 1 号灯变为 6，3 号灯变为 1，5 号灯变为 3，即 200 秒后亮着的三盏彩灯的编号是（1，3，6）。因此，选择 A 选项。

数量关系十八——列表法解年龄问题

在数学运算这一模块中，有一类题目比较契合日常的生活，就是年龄问题。这类题目往往题干信息较为复杂，很多学生难以理清不同时间、不同主语的逻辑关系。那我们应该如何应对呢？年龄问题一般是不同主语和时间的二维关系，所以，我们可以通过列表的方法使题干信息变的清晰易懂。

列表的具体步骤如下：

根据题干信息将不同的主语列到同一排，将不同的时间列到同一列，将从题干中分析出的信息逐一填进表格即可。

	主语 1	主语 2	……
时间 1	条件 1	条件 2	……
时间 2	条件 3	条件 4	……
……	……	……	……

看似比较抽象，我们通过一道例题来看一下：

【例 1】（2018 吉林甲）某业务处长和科员两人属相相同，科员在第一个本命年时处长是第三个本命年。科员今年 20 岁，当处长年龄是科员年龄的 2 倍时，需要经过的时间是：

A. 7 年　　B. 4 年

C. 5 年　　D. 6 年

【答案】B

【解析】两人属相相同，年龄差为 12 的倍数，科员在第一个本命年时处长是第三个本命年，可推断年龄差为 24 岁，列表如下：

	处长	科员
科员 20 岁时	20+24=44	20

设需经过 x 年，处长年龄是科员年龄的 2 倍，可列方程 44＋x＝（20＋x）×2，解得 x＝4。因此，选择 B 选项。

可能有的同学会觉得这道题不通过列表也可以很快速地理清处长和科员年龄的关系。的确如此，因为这道题的信息较少，只有两个主语，如果是更多个主语呢？我们来看下面几种情况：

增加主语

【例 2】（2018 江西）一家三口，妈妈比儿子大 26 岁，爸爸比儿子大 33 岁。1995 年，一家三口的年龄之和为 62。那么，2018 年儿子、妈妈和爸爸的年龄分别是：

A. 23，51，57　　B. 24，50，57

C. 25，51，57　　D. 26，52，58

【答案】B

【解析】设 1995 年儿子年龄为 x，列表如下：

	儿子	妈妈	爸爸	总
1995 年	x	x+26	x+33	62

根据年龄之和为 62 可得：x＋（x＋26）＋（x＋33）＝62，解方程得 x＝1。2018 年儿子的年龄为 1＋（2018－1995）＝24。因此，选择 B 选项。

【拓展】这道题也可以通过爸爸的年龄比儿子大 33 岁，直接秒选 B。

增加时间

【例 3】（2019 北京）2018 年父亲年龄是女儿年龄的 6 倍，是母亲年龄的 1.2 倍。已知女儿出生当年（按 0 岁计算）母亲 24 岁，则哪一年父母年龄之和是女儿的 4 倍?

A. 2036　　B. 2039

C. 2042　　D. 2045

【答案】B

【解析】题干中年份有出生年、2018 年，人员有父亲、母亲、女儿，设 2018 年女儿的年龄为 x，列表如下：

	父亲	母亲	女儿
女儿出生当年		24	0
2018 年	6x	6x÷1.2=5x	x

通过列表可知，女儿与母亲年龄差为 5x－x＝24，则 x＝6，故 2018 年女儿 6 岁，父亲 36 岁，母亲 30 岁。设（2018 年的）t 年后父母年龄之和是女儿的四

倍，则有（36＋t）＋（30＋t）＝4×（6＋t），解得 t＝21。因此，在 2018 年＋21＝2039 年。因此，选择 B 选项。

继续增加主语

【例 4】（2018 浙江）已知今年小明父母的年龄之和为 76 岁，小明和他弟弟的年龄之和为 18 岁。三年后，母亲的年龄是小明的三倍，父亲的年龄是小明弟弟的四倍。问小明今年几岁？

A. 11　　B. 12

C. 13　　D. 14

【答案】A

【解析】设小明三年后的年龄为 x，列表如下：

	父亲	母亲	小明	弟弟
今年	76		x－3	18－（x－3）=21－x
三年后	4（24－x）	3x	x	18+6－x=24－x

今年父母的年龄和为 76，则三年后的年龄和为 76+6=82=4（24－x）+3x，解得 x=14，则小明今年的年龄=x－3=14－3=11（岁）。

因此，选择 A 选项。

前面几道题是通过主语和时间来提升难度，通过这几道题的学习，小伙伴们应该基本掌握了通过列表法解决年龄问题，那我们再一起练习一道题。

增加新的知识点

【练习】（2019 国考）某单位有 2 个处室，甲处室有 12 人，乙处室有 20 人。现在将甲处室最年轻的 4 人调入乙处室，则乙处室的平均年龄增加了 1 岁，甲处室的平均年龄增加了 3 岁。问在调动之前，两个处室的平均年龄相差多少岁？

A. 8　　B. 12

C. 14　　D. 15

【答案】B

【解析】设甲处室原来平均年龄为 x 岁，乙处室原来平均年龄为 y 岁。列表如下：

	甲科室		乙科室	
	人数	平均年龄	人数	平均年龄
原来	12	x	20	y

后来	12－4=8	x+3	20+4=24	y+1

由于两个处室总年龄数交换前后相同，因此有 12x＋20y＝8（x＋3）＋24（y＋1），解得 x－y＝12，即两个处室交换之前平均年龄相差 12 岁。因此，选择 B 选项。

这道题的难度又上升了一个层次，是因为不仅考查年龄问题，还考查了平均数问题，但是，只要我们通过列表分析，这道题也可以迎刃而解。

数量关系十九：星期日期问题精讲

数量关系对一众考生来说，是职测考试中最难攻克的一道难关，但是数量关系题目也并非全无规律可寻，只要考生能够将题型分类清楚，并勤加练习，就会有不小的收获。

考试中，与“时间”这一门类相关的考题可以分为星期日期问题、年龄问题、钟表问题。其中，星期日期问题有十分简易的解法，今天华图老师为大家整理了其中一类特征题型：

大家先一起来熟知一下题目中经常出现的两种表达方式，如：小明和小红经常去图书馆借阅书籍，小明每两天去图书馆一次，小红每隔两天去图书馆一次。那么这句话中“每两天”和“每隔两天”的含义就不相同，在计算时同学们需将“小红每隔两天去一次”转变为“小红每三天去一次”这种说法再来计算。

【例 1】甲、乙、丙、丁四个人去图书馆借书，甲每隔 5 天去一次，乙每隔 11 天去一次，丙每隔 17 天去一次，丁每隔 29 天去一次，如果 5 月 18 日他们四个人在图书馆相遇，问下一次四个人在图书馆相遇是几月几号？

A. 10 月 18 日　　B. 10 月 14 日

C. 11 月 18 日　　D. 11 月 14 日

【答案】D

【解题思路】

第一步，标记量化关系“每隔”、“每隔”、“每隔”、“每隔”、“下一次”。

第二步，甲“每隔”5 天即每 6 天去一次图书馆，同理乙、丙、丁分别每 12、18、30 天去一次图书馆。故“下一次”四个人相遇是在 180 天后（6、12、18、30 的最小公倍数）， $180=(31-18)+30+31+31+30+31+14$， 即 11 月 14 日。因此，选择 D 选项。

【例 2】 公司安排甲、乙、丙三人从周一开始上班，已知甲每上班一天休一天，乙每上班两天休一天，丙每上班三天休一天，那么三人第三次同时休息是星期：

A. 日　　B. 一

C. 二　　D. 三

【答案】B

【解题思路】

第一步，本题考查时间类问题中的星期日期问题。

第二步，根据“甲每上班一天休一天”，可知甲每 2 天休息一次，同理，乙每 3 天、丙每 4 天休息一次，同时休息的周期为 2、3、4 的公倍数，即 12 天。第三次同时休息需要 12×3=36 天，36÷7=5…1 天，即为星期一。因此，选择 B 选项。

【例 3】小明、小红、小桃三人定期到某棋馆学围棋，小明每隔 3 天去一次，小红每隔 4 天去一次，小桃每隔 5 天去一次。若 2016 年 2 月 10 日三人恰好在棋馆相遇，则下次三人在棋馆相遇的日期是：

A. 2016 年 4 月 8 日　　B. 2016 年 4 月 11 日

C. 2016 年 4 月 9 日　　D. 2016 年 4 月 10 日

【答案】D

【解题思路】

第一步，标记量化关系“每隔”、“每隔”、“每隔”、“下次”。

第二步，三人“每隔”3、4、5 天去一次，即每 4、5、6 天去一次，故需要经过 60 天（4、5、6 的最小公倍数）“下次”相遇。由于 60=（29-10）+31+10 ，则下次三人相遇的日期是 2016 年 4 月 10 日。因此，选择 D 选项。

【例 4】甲乙丙三个网站定期更新。甲网站每隔 48 小时，乙网站每隔 72 小时，丙网站每隔 96 小时更新一次内容。问在同一星期内至多有几天，三个网站中至少有一个更新内容？

A. 7　　B. 6

C. 5　　D. 4

【答案】A

【解题思路】

第一步，本题考查星期日期问题，使用枚举法。

第二步，甲网站每 48/24=2 天更新一次，乙网站每 72/24=3 天更新一次，丙网站每 96/24=4 天更新一次，因为想要更新的天数最多，则甲、乙、丙网站应该保证更新的日期交错开，则优化安排为：

周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
甲		甲		甲		甲
乙			乙			乙
	丙				丙	

因此，选择 A 选项。

【小结】每隔 n 天即为每 n+1 天。

数量关系二十：新考情的牛吃草问题

牛吃草问题是数量中一种非常典型的问题。由于其特征明显、公式简单，因此这一题型是考生拿分的重要题型。但也由于其过于简单，近年来牛吃草问题不再是常客。实际上在整个数量中，牛吃草问题仍占有一席之地，只不过考查的方式变得多种多样，更侧重于对公式的理解，而非使用。

牛吃草的本质是行程问题中的追及问题，可以想象成草以一定的速度在生长，牛以更快的速度在吃草，牛吃草总量＝原有草量＋新增草量。其中，牛吃草的总量等于牛吃草的速度乘以牛吃草的时间；新增草量等于草的生长速度乘以草的生长时间。因此套用行程问题中的追及公式，也就得到了牛吃草问题的核心解法：$y=(N-x)\times T$。

这个公式中，y 代表原有草量、N 代表牛的头数、x 代表草的增速、T 代表时间。隐含的假设为每头牛每天的吃草量为 1（即牛吃草速度）。

牛吃草典型的考法有抽水机抽水、检票口检票、资源开采等。而牛吃草的特征也非常的明显，题干中出现排比句，类似于 N_1 数量……需要 T_1 时间；N_2 数量……需要 T_2 时间……就可以判断为牛吃草问题。

先来看一道简单的牛吃草问题。

【例 1】（2014 河北）有一个水池，池底不断有泉水涌出，且每小时涌出的水量相同。现要把水池里的水抽干，若用 5 台抽水机 40 小时可以抽完，若用 10

台抽水机 15 小时可以抽完。现在用 14 台抽水机，多少小时可以把水抽完？

A. 10 小时　　B. 9 小时

C. 8 小时　　D. 7 小时

【答案】A

【解析】第一步，本题考查牛吃草问题，用方程法解题。

第二步，设水池里的水量为 y，每小时涌出的水量为 x，根据 40 小时抽完可得 y＝（5－x）×40，根据 15 小时抽完可得 y＝（10－x）×15，解得 x＝2，y＝120。

第三步，设使用 14 台抽水机抽完水需要时间为 t 小时，则 120＝（14－2）×t，解得 t＝10。

因此，选择 A 选项。

此题中，“若用……若用”的排比句结构非常明显，直接代入公式解方程即可得到答案。然而这种考查方式已经很少见到，目前考查的牛吃草问题，往往需要首先判断哪一个量是草，哪一个量又是牛。一般来说，以恒定的速度一直在增加或消耗，就是草，它的速度即是 x。

【例 2】（2017 联考）由于连日暴雨，某水库水位急剧上升，逼近警戒水位。假设每天降雨量一致，若打开 2 个水闸放水，则 3 天后正好到达警戒水位；若打开 3 个水闸放水，则 4 天后正好到达警戒水位。气象台预报，大雨还将持续七天，流入水库的水量将比之前多 20%。若不考虑水的蒸发、渗透和流失，则至少打开几个水闸，才能保证接下来的七天都不会到达警戒水位？

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

【答案】B

【解析】第一步，本题考查牛吃草问题。

第二步，假设原水位与警戒水位之间相差的蓄水量为 y，每天流入水库的水量为 x，由正好到达警戒水位得 y＝（x－2）×3，y＝（x－3）×4，解得 x＝6，y＝12。

第三步，由比之前多 20%，可知现在每天流入水库的水量为 6×（1＋20%）＝7.2。设至少打开 N 个水闸，可得 12＝（7.2－N）×7，解得 N≈5.5，故至少

打开 6 个水闸。

因此，选择 B 选项。

这道牛吃草问题不但需要根据“每天降雨量一致”来判断降雨量是草，还有一个典型的特征就是草的速度后期发生了变化，这也是近几年牛吃草问题的新特征——“草”的速度可能会变化、“牛”的头数也可能会变化；或者牛没有吃完，即草存量发生变化。但只要考生理解公式的核心概念，抓住公式的本质进行求解，牛吃草问题仍然是我们拿分的一种简单题型。

【例 3】（2019 联考）某河道由于淤泥堆积影响到船只航行安全，现由工程队使用挖沙机进行清淤工作，清淤时上游河水又会带来新的泥沙。若使用 1 台挖沙机 300 天可完成清淤工作，使用 2 台挖沙机 100 天可完成清淤工作。为了尽快让河道恢复使用，上级部门要求工程队 25 天内完成河道的全部清淤工作，那么工程队至少要有多少台挖沙机同时工作？

A. 4　　　　B. 5

C. 6　　　　D. 7

【答案】D

【解析】第一步，本题考查牛吃草问题。

第二步，设河道原来的淤泥堆积量为 y，每天上游河水带来新的淤泥量为 x，根据牛吃草问题公式：y＝（N－x）×T，可列方程组：y=（1-x）×300，y=（2-x）×100。解得 x=0.5，y=150。

第三步，设要想 25 天内完成清淤工作至少需要 n 台挖沙机，可列方程：150＝（n－0.5）×25，解得 n＝6.5，即至少需要 7 台挖沙机。

因此，选择 D 选项。

通过这几道题目考生可以发现，牛吃草问题万变不离其宗，本质是：①掌握牛吃草问题的核心概念，②灵活使用公式进行求解，③如果遇见分数小数要知道求整的方向。如果能做到这 3 点，牛吃草问题必将成为考生拿分的囊中之题。华图在线衷心希望广大考生认真学习、金榜题名！